

# Trabajo Práctico 2

## Probabilidad

---

### Ejercicio 1

Cierto juego de azar consiste en lanzar dos dados legales, uno rojo y uno azul.

- Explicar en qué consiste el experimento aleatorio.
- Representar de una manera conveniente el espacio muestral.
- Explicar cómo está formado un suceso elemental.
- Calcular la probabilidad del suceso "el número del dado rojo es mayor de el del dado azul".
- Calcular la probabilidad del suceso "la suma de las caras de ambos dados es 7 u 11".

### Ejercicio 2

Los empleados de cierta compañía están divididos en 3 áreas:

*administración, operación de planta y ventas*. La siguiente tabla indica el número de empleados en cada área y separados por sexo:

	Mujer (M)	Varón (V)	TOTAL
Administración (A)	20	30	50
Operación de planta (O)	60	140	200
Ventas (V)	100	50	150
TOTAL	180	220	400

- Mediante un diagrama de Venn ilustrar los eventos  $O$  y  $M$  para los empleados de la compañía.
- Si se elige un empleado al azar, ¿cuál es la probabilidad de que...
  - sea mujer
  - trabaje en ventas
  - sea hombre y trabaje en administración
  - trabaje en operación de planta y sea mujer
  - trabaje en operación de planta si es mujer
  - sea mujer si trabaja en operación de planta
- Explicar qué probabilidades se han calculado en los puntos b.iv, b.v y b.vi.
- ¿Son los eventos  $V$  y  $H$  estocásticamente independientes? Justifique
- Determine las siguientes probabilidades:
  - $P[A \cup M]$
  - $P[A \cup M]$
  - $P[O \cap F]$
  - $P[M|A]$

### Ejercicio 3

El 60% de los individuos de una población están vacunados contra una enfermedad. Durante una epidemia se sabe que el 20% la ha contraído y que 2 de cada 100 individuos están vacunados y son enfermos. Calcular el porcentaje de vacunados que enferma y el de vacunados entre los que están enfermos.

### Ejercicio 4

Basándose en la definición de probabilidad condicionada demostrar que para dos eventos cualesquiera  $A$  y  $B$ , con la condición  $P[B] \neq 0$ , se cumple la relación  $P[A|B] + P[\bar{A}|B] = 1$ .

### Ejercicio 5

De una baraja española se extraen dos naipes sin reemplazo. ¿Cuál es la probabilidad de que ambos naipes sean reyes? Si las dos extracciones se hacen con reemplazo, ¿cuál es la probabilidad de que ambos naipes sean reyes? ¿Qué teorema de la probabilidad se ha usado para el cálculo?

### Ejercicio 6

Se eligen al azar 3 deportistas de un equipo de 10 integrantes para realizar un control antidopaje. Se sabe que 2 de los jugadores del equipo han tomado sustancias prohibidas. ¿Cuál es la probabilidad de elegir para el análisis a alguno de los infractores?

### Ejercicio 7

Sean  $A$  y  $B$  sucesos del espacio muestral  $E$ . Dadas  $P[A]$ ,  $P[B]$  y  $P[A \cap B]$  y, en base a la definición de probabilidad condicionada, encuentre una expresión para:

- (a)  $P(A|B)$
- (b)  $P(\bar{A}|B)$
- (c)  $P(A|\bar{B})$
- (d)  $P(\bar{A}|\bar{B})$

### Ejercicio 8

Entre los estudiantes de una Facultad de Filosofía y Letras se dan las siguientes proporciones: el 40% son hombres, el 70% de los varones fuman, mientras que entre las mujeres sólo fuman el 20%. Escogido un estudiante al azar, calcular la probabilidad de que fume.

### Ejercicio 9

Sabemos que tiene estudios superiores el 15% de la población española, estudios medios el 40%, estudios primarios el 35% y no tiene estudios el 10%. Los

desempleados no se distribuyen proporcionalmente entre esas categorías, dado que de entre los de estudios superiores están sin trabajo el 10 %, entre los de estudios medios el 35%, entre los de estudios primarios el 18 %, y entre los que no tienen estudios el 37%. Obtenga la probabilidad de que extraída una persona al azar ésta esté desempleada.

### Ejercicio 10

El 70% de los estudiantes aprueba una asignatura A y un 60% aprueba otra asignatura B. Sabemos, además, que un 35% del total aprueba ambas. Elegido un estudiante al azar, calcular las probabilidades de las siguientes situaciones:

- (a) Haya aprobado la asignatura B, sabiendo que ha aprobado la A.
- (b) Haya aprobado la asignatura B, sabiendo que no ha aprobado la A.
- (c) No haya aprobado la asignatura B, sabiendo que ha aprobado la A.
- (d) No haya aprobado la asignatura B, sabiendo que no ha aprobado la A.

### Ejercicio 11

En un campus universitario existen 3 carreras sanitarias. Se sabe que el 50% cursan estudios de Enfermería, el 30% Medicina y el 20% Veterinaria. Los que finalizaron sus estudios son el 20, 10 y 5%, respectivamente. Elegido un estudiante al azar, hallar la probabilidad de que haya acabado la carrera.

### Ejercicio 12

Enuncie el teorema de Bayes. Dé un ejemplo biológico y considere en él dos eventos  $A$  y  $B$  del mismo espacio muestral. Conocidas  $P(A)$ ,  $P(A|B)$  y  $P(B)$  encuentre una expresión para  $P(B|A)$ .

### Ejercicio 13

Los estudios epidemiológicos indican que el 20% de los ancianos sufren un deterioro neuropsicológico. Se sabe que la "tomografía axial computada " (TAC) es capaz de detectar este trastorno en el 80% de los que lo sufren, pero también da un resultado positivo en el 3% de personas sanas sometidas a él. Si se toma un anciano al azar y la TAC .da un resultado positivo ¿cuál es la probabilidad de que esté realmente enfermo?

### Ejercicio 14

Considérense eventos  $A$  y  $B$  del mismo espacio muestral tales que  $A \cap B \neq \emptyset$ . Se sabe que  $P(A|B) = 4P(A|B)$  y que  $P(B) = 1/4$ . Calcular  $P(B|A)$  y  $P(B|A)$ .

### Ejercicio 15

Cierto dispositivo es utilizado para diagnosticar los componentes de un sistema. Sean los eventos  $A$  =" el componente es clasificado como defectuoso" y  $B$  ="el componente es realmente defectuoso" . El vendedor del dispositivo de diagnóstico asegura que  $P(A|B) = P(A|B) = 0.95$ . Si el diagnóstico se realizará sobre un lote de componentes del cual se sabe que el 5% son defectuosos calcular  $P(B|A)$ . Interpretar el resultado.

### Ejercicio 16

Considérense eventos  $A$  y  $B$  del mismo espacio muestral tales que  $P(A) > 0$  y  $P(B) > 0$ . Diga si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas y justifique:

(a)  $P(A) = P(B) \Rightarrow P(A|B) = P(B|A)$

(b)  $P(A|B) = P(B|A) \Rightarrow P(A) = P(B)$

### Ejercicio 17

En un campus universitario existen 3 carreras sanitarias. Se sabe que el 50% cursan estudios de Enfermería, el 30% Medicina y el 20% Veterinaria. Los que finalizaron sus estudios son el 20%, 10% y 5% respectivamente. Elegido un estudiante al azar, sabiendo que ha finalizado sus estudios, hallar las probabilidades de que estudie Enfermería, Medicina o Veterinaria.

### Ejercicio 18

La proporción de alcohólicos que existe en la población de Málaga es, aproximadamente, un 10%; no obstante, en las registros de consultas médicas de la Seguridad Social difícilmente se encuentra el diagnóstico de *alcoholismo*. Aparecen, sin embargo diagnosticados de *hepatopatías*, *lumbalgias*, etc., que pueden hacer sospechar alcoholismo subyacente. Se realizó un estudio que puso de manifiesto que el 85% de los individuos alcohólicos y el 7% de los no alcohólicos sufrían tales patologías. Se desea saber cuál es la probabilidad de que un individuo con esas patologías sea realmente alcohólico.

### Ejercicio 19

Para ingresar a cierta carrera universitaria se debe aprobar un examen de Matemática. El 65% de los aspirantes aprueba el examen de ingreso de Matemática. Luego de ingresar se detecta, por un método altamente confiable, que el 20% de los alumnos no tiene los conocimientos de Matemática necesarios para afrontar la carrera. También se puede constatar que el 20% de los alumnos que no ingresan tiene los conocimientos necesarios. Calcular la sensibilidad y la especificidad del examen de ingreso. Calcular también el índice predictivo positivo y el índice predictivo negativo. Interpretar los resultados obtenidos.

### Ejercicio 20

El test de E.L.I.S.A. para el diagnóstico de infección con virus de la inmunodeficiencia humana (VIH), causante del síndrome de inmunodeficiencia adquirida (SIDA) tiene una sensibilidad del 99% y una especificidad del 80%, aproximadamente. Si una persona tiene un resultado "negativo" ¿puede quedarse tranquila? Justifique su respuesta.