

Cálculo Numérico (M107)

Profesor: Nicolás G Tripp
ntripp@fcen.uncu.edu.ar

Aula Virtual
<http://fcen.uncuyo.edu.ar/calculo-numerico>

Generalidades

Planificación de las clases

Un encuentro semanal, 12 clases, 8 unidades, 11 TPs, 2 Parciales

Programa en <http://fcen.uncuyo.edu.ar/programas-de-las-materias>

Evaluaciones

- Primer Parcial: Programación
- Segundo Parcial: Algoritmos
- Recuperatorio al final del curso

Ver fechas en el aula virtual

Bibliografía recomendada:

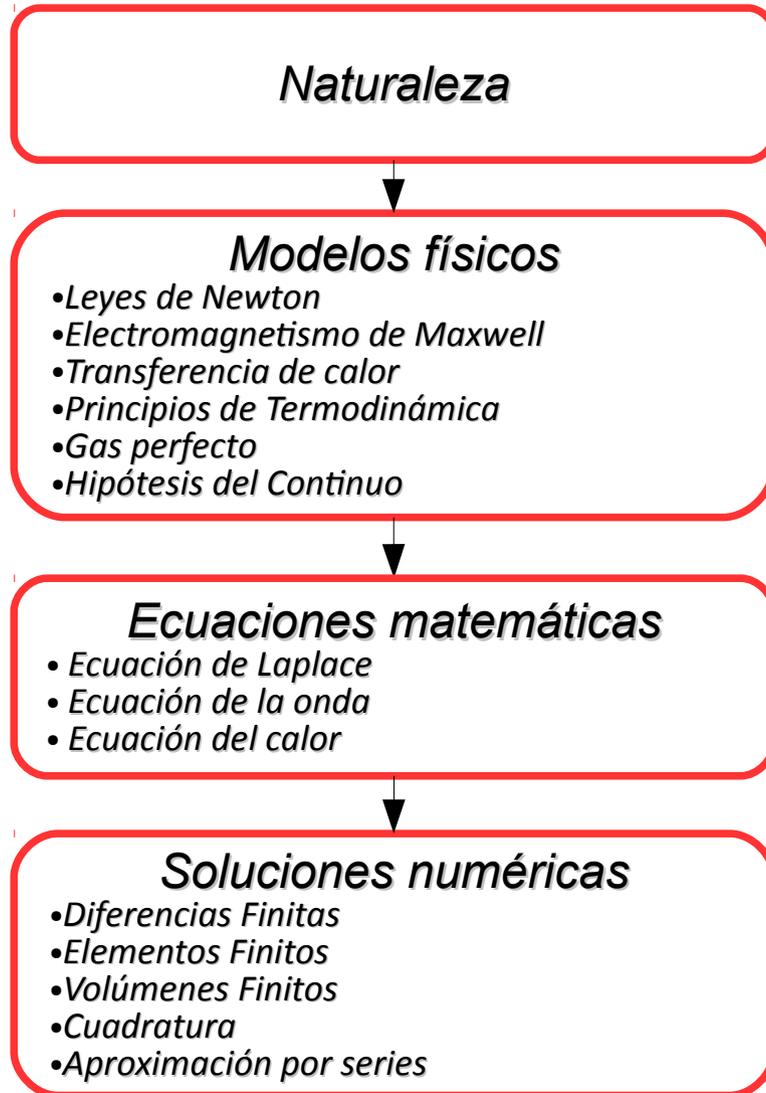
- Chapra y Canale, “Numerical Methods for Engineers”, 5Ed, McGraw Hill, 2006.
- Mathews y Fink, “Métodos Numéricos con Matlab”, 1Ed, Prentice Hall, 2000.

Unidad 1: Introducción a la programación científica y al cálculo numérico.

Temario:

- Fenómenos reales, modelos matemáticos y modelos numéricos.
- Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería.
- Aritmética de las computadoras.
- Fuentes de error en una solución numérica.
- Introducción a Octave

Fenómenos reales, modelación y aproximación numérica



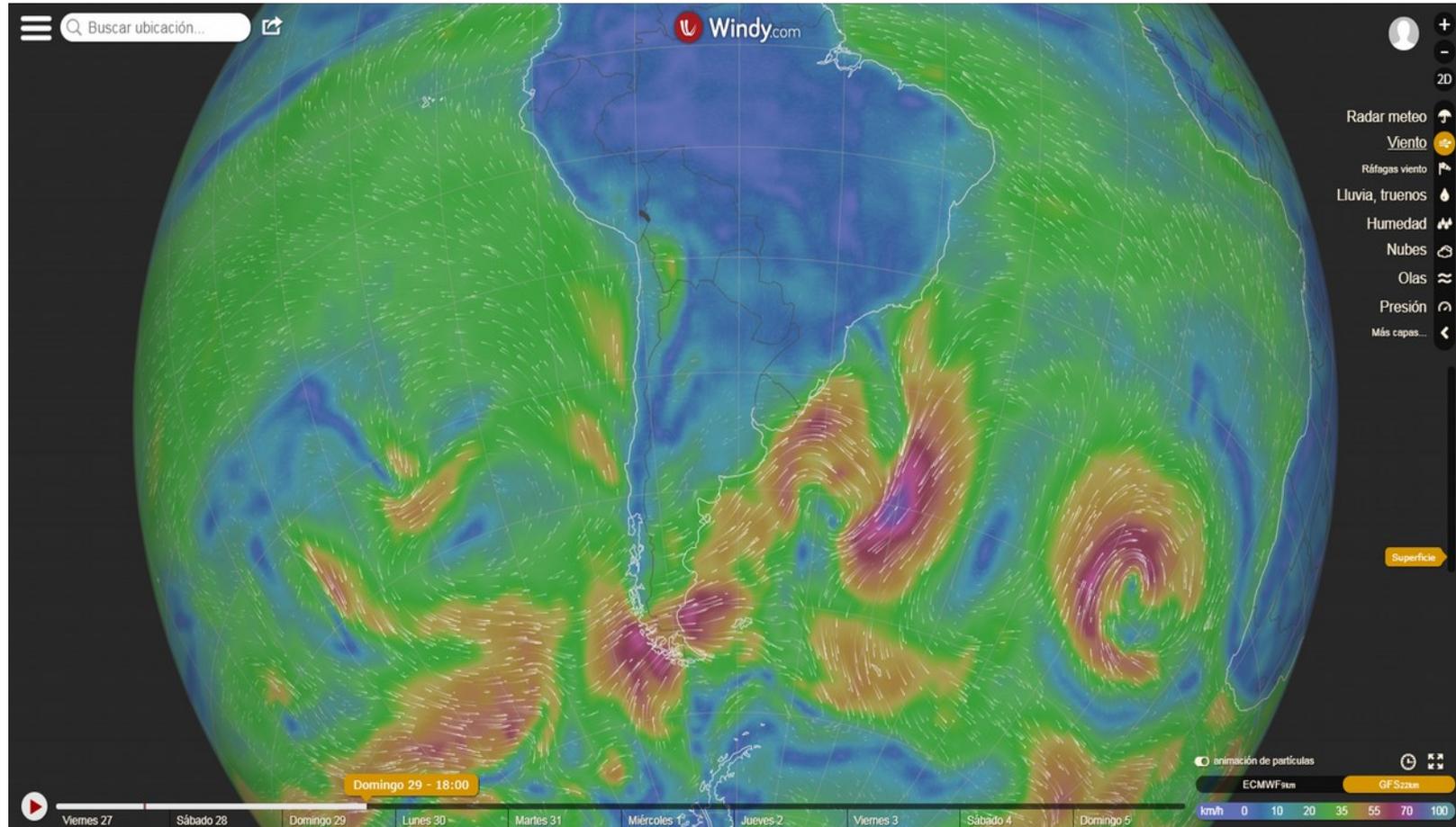
La validez de los modelos físicos se justifica mediante observaciones de la Naturaleza. Los modelos físicos no dejan de ser simplificaciones y **pueden albergar errores que llevan a conclusiones erradas**. Por ejemplo ver el siguiente artículo [Newton, Einstein y Mercurio](#)

Estos principios y leyes de la física se expresan en el lenguaje de la **Matemática**.

La complejidad de las ecuaciones y/o del dominio pueden hacer imposible la obtención de una solución mediante el análisis matemático. En estos casos se recurre a la **solución numérica aproximada**.

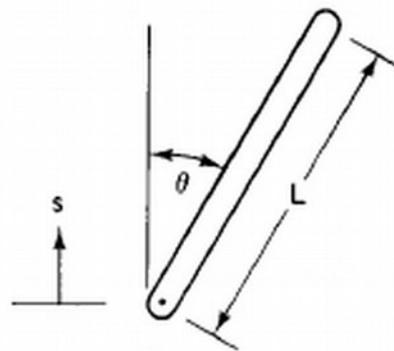
Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería

Interpolación de datos experimentales

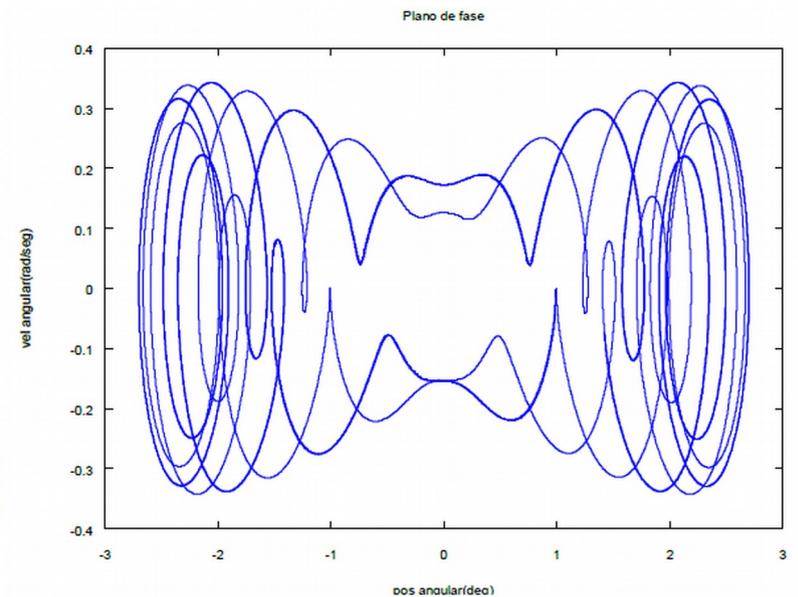


Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería

Ecuaciones no lineales (Estabilidad del péndulo invertido)



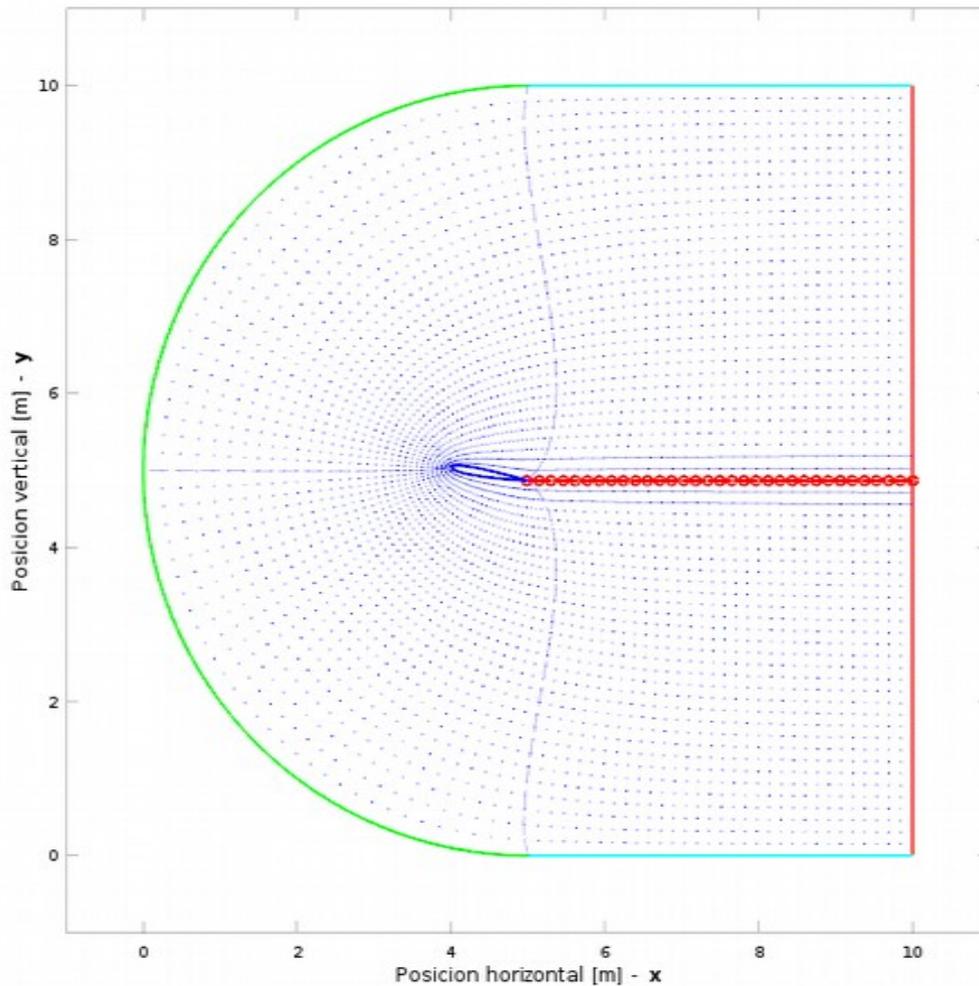
$$\ddot{\theta}(t) = \frac{3}{2L} (g - Aw^2 \sin wt) \sin \theta(t)$$



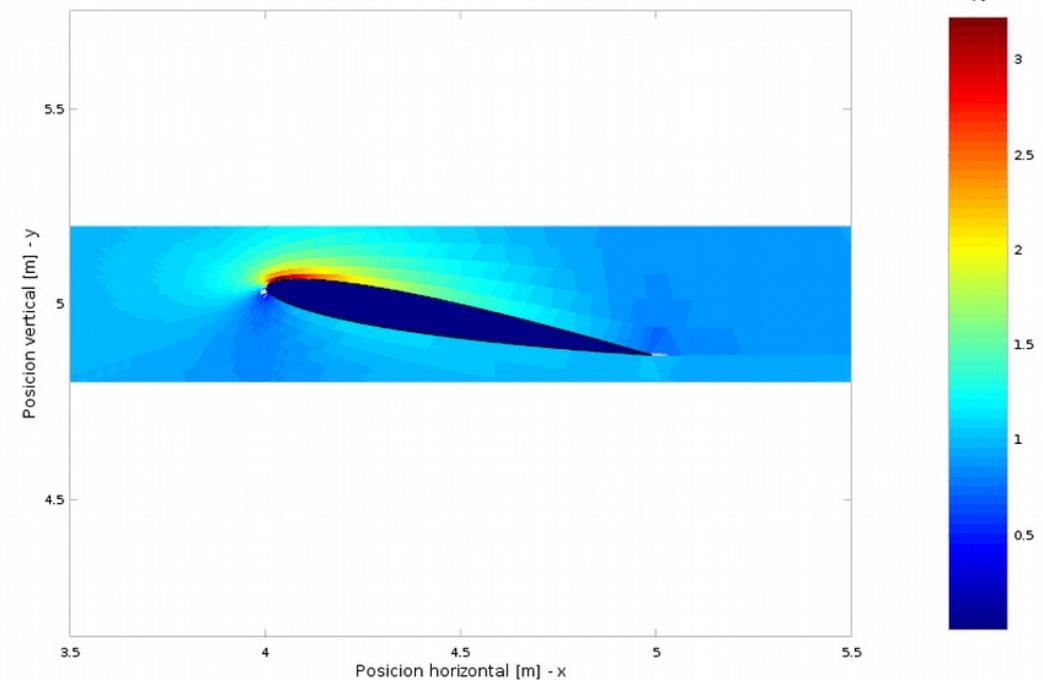
Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería

Mecánica de fluidos

Grilla en dominio físico



Campo de velocidades total - V_t



Aritmética de las computadoras digitales

Sistemas de numeración posicional

Se realiza la combinación lineal de los dígitos posibles con potencias de la base

Decimal o base-10

$$N = \sum_{i=-k}^{n-1} d_i 10^i, d_i \in [0, 1, 2, \dots, 9]$$

N es un número a representar, n es la cantidad de dígitos a la izquierda de la coma, k es la cantidad de decimales

Ejemplo: $N = 193 \rightarrow n = 3, k = 0, d[193] \rightarrow N = \sum_{i=0}^2 d_i 10^i = 1 * 10^2 + 9 * 10^1 + 3 * 10^0 = 193$

Binario o base-2

$$N = \sum_{i=-k}^n d_i 2^i, d_i \in [0, 1]$$

Aritmética de las computadoras digitales

Representación en coma flotante

Se usa para representar fracciones

s: bit de signo, puede ser 0 o 1

C: mantisa, significando o coeficiente, número fraccional. La mantisa se normaliza para que no tenga cero después de la coma.

b: base, número entero

q: exponente, número natural

$$(-1)^s \times C \times b^q$$

Ejemplo:

$$156,78 = 0,15678 \times 10^3$$

Aritmética de las computadoras digitales

Representación en la computadora

La computadora trabaja con **sistema binario**. Cada registro de la memoria almacena “bits” que pueden tomar el valor 0 o el 1 (apagado - encendido).

Los números se almacenan según la cantidad de bits disponibles por el hardware de la computadora.

El **estándar IEEE-754** determina dos distribuciones de bits:

- **Precisión simple** para registros de 32 bits (s:1bit q:8bits c:23bits) puede representar números reales entre $2,938736E-39$ y $1,701412E+38$
- **Precisión doble** para registros de 64 bits (s:1bit q:11bits c:52bits) puede representar números reales entre $5,562684646268003E-309$ y $8,988465674311580E+307$



Aritmética de las computadoras digitales

Operaciones de coma flotante

Para poder aplicar las operaciones matemáticas básicas a números representados por coma flotante se deben adecuar los números previamente

Suma y resta: se alinean los bits (se aumenta la mantisa del número de menor exponente) y se suman o restan.

$$\begin{aligned} &123456.7 + 101.7654 \\ &(1.234567 \times 10^5) + (1.017654 \times 10^2) \\ &(1.234567 \times 10^5) + (0.001017654 \times 10^5) \\ &(1.234567 + 0.001017654) \times 10^5 = 1.235584654 \times 10^5 \end{aligned}$$

¿Qué pasa si se quiere sumar un número muy grande y uno muy pequeño?

Multiplicación y división: se multiplican o dividen las mantisas y se suman o restan los exponentes.

Fuentes de errores de una solución numérica

Las ecuaciones matemáticas se pueden **aproximar mediante representaciones más simples**. Estas representaciones introducen errores.

- 1) Cuando se utilizan series de Taylor se descartan términos de a partir de cierto orden y se produce un **error de truncamiento**.
- 2) Cuando se utiliza alguna hipótesis adicional para resolver la ecuación en un **subdominio más simple** se produce un **error de discretización**.
- 3) La aritmética de punto flotante introduce un **error de redondeo**. Si el error de redondeo es grande, se pueden perder cifras significativas en las operaciones matemáticas, este error se llama **cancelación**. Además, si las operaciones matemáticas dan como resultado un número mayor al más grande que se puede representar o más chico que el más pequeño, se produce un **desbordamiento**.

Introducción a Octave



Scientific Programming Language

- Powerful mathematics-oriented syntax with built-in plotting and visualization tools
- Free software, runs on GNU/Linux, macOS, BSD, and Windows
- Drop-in compatible with many Matlab scripts

Página de GNU Octave

The screenshot displays the GNU Octave environment with several key components:

- File Browser:** Shows the current directory as `C:\Users\Chevie`. The file list includes `.cfx`, `.config`, `Contacts`, `Desktop`, `Documents`, `Downloads`, `Favorites`, `Intel`, `Links`, `Music`, `Pictures`, `Saved Games`, `Searches`, `Videos`, and `.octave_hist`. The text "Directorio de trabajo" is overlaid on this panel.
- Workspace:** A table with columns for Name, Class, Dimension, Value, and Attribute. It is currently empty. The text "Variables en memoria" is overlaid on this panel.
- Command History:** Lists the command `figura_velocidad` multiple times, followed by `exit`. The text "Historial de comandos" is overlaid on this panel.
- Command Window:** Displays the GNU Octave version 4.2.1, copyright information, and configuration details. The text "Ventana de comandos" is overlaid on this panel.
- Bottom Panel:** Shows tabs for "Command Window", "Editor", and "Documentation". Three arrows point to these tabs with the text "Pestañas (comandos, editor código fuente, manual de ayuda)" overlaid.

Primer programa

```

function [TF]=tempconvert(TC)
%conversión de temperatura expresada en Celsius
%a Fahrenheit
%uso [TF]=tempconvert(TC)
%Argumentos de entrada: TC:Temperatura en
%grados Celsius
%Argumentos de salida: TF:Temperatura en grados
%Fahrenheit
clc; %borra pantalla
clear all; %borra memoria
TF=9/5*TC+32;
endfunction
  
```

Declaración de función
 [salidas]=nombre(entradas)

Bloque de comentarios
 para ayuda

Instrucción 1
 Instrucción 2
 Instrucción 3

...
Fin de la función

En la ventana de comandos probar

```

tempconvert(25)
tempconvert(25);
[TF]=tempconvert(25);
  
```