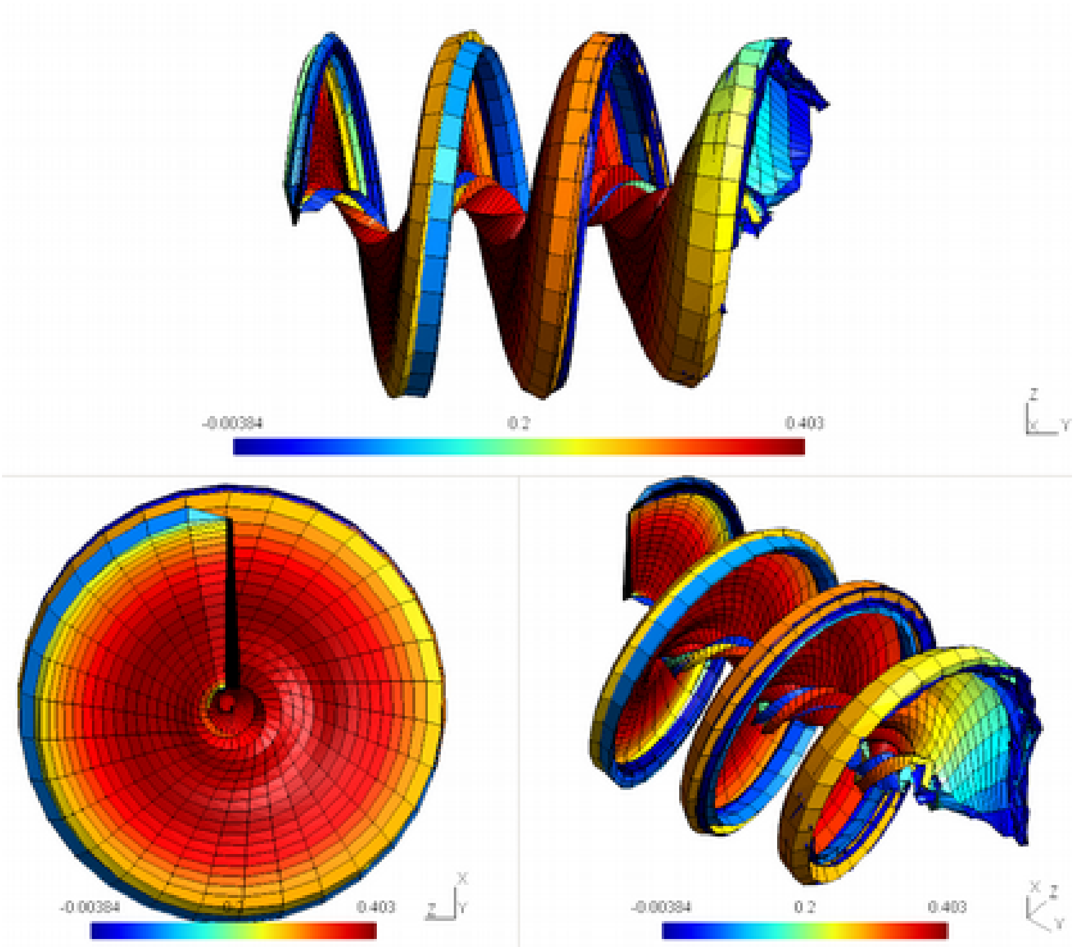


Cálculo Numérico (M107)

Profesor: Nicolás G Tripp
ntripp@fcen.uncu.edu.ar

Aula Virtual
http://fcen.uncuyo.edu.ar/calculo-numerico

Generalidades

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Planificación de las clases

Un encuentro semanal, aprox 2 horas teoría + 2 horas práctica en laboratorio.
11 clases, 8 unidades, 11 TPs, 3 Parciales
Programa: http://fcen.uncuyo.edu.ar/programas-de-las-materias

Evaluaciones

- Primer Parcial: Unidades 1 y 2
- Segundo Parcial: Unidades 3, 4 y 5
- Tercer Parcial: Unidades 6,7 y 8
- Recuperatorios al final del curso

Bibliografía:

- Chapra y Canale, “Numerical Methods for Engineers”, 5Ed, McGraw Hill, 2006.
- Mathews y Fink, “Métodos Numéricos con Matlab”, 1Ed, Prentice Hall, 2000.

Unidad 1: Introducción a la programación científica y al cálculo numérico.

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Temario:

- Fenómenos reales, modelos matemáticos y modelos numéricos.
- Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería.
- Algoritmos.
- Aritmética de las computadoras.
- Errores en la solución numérica.

Fenómenos reales, modelación y aproximación numérica

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Naturaleza

Modelos
- *Leyes de Newton*
- *Electromagnetismo de Maxwell*
- *Transferencia de calor*
- *Principios de Termodinámica*
- *Gas perfecto*
- *Hipótesis del Continuo*

Aproximaciones numéricas
- *Diferencias Finitas*
- *Elementos Finitos*
- *Volumenes Finitos*
- *Cuadratura*
- *Aproximación por series*

La validez de los modelos se justifica mediante observaciones de la Naturaleza y experimentos controlados de laboratorio.

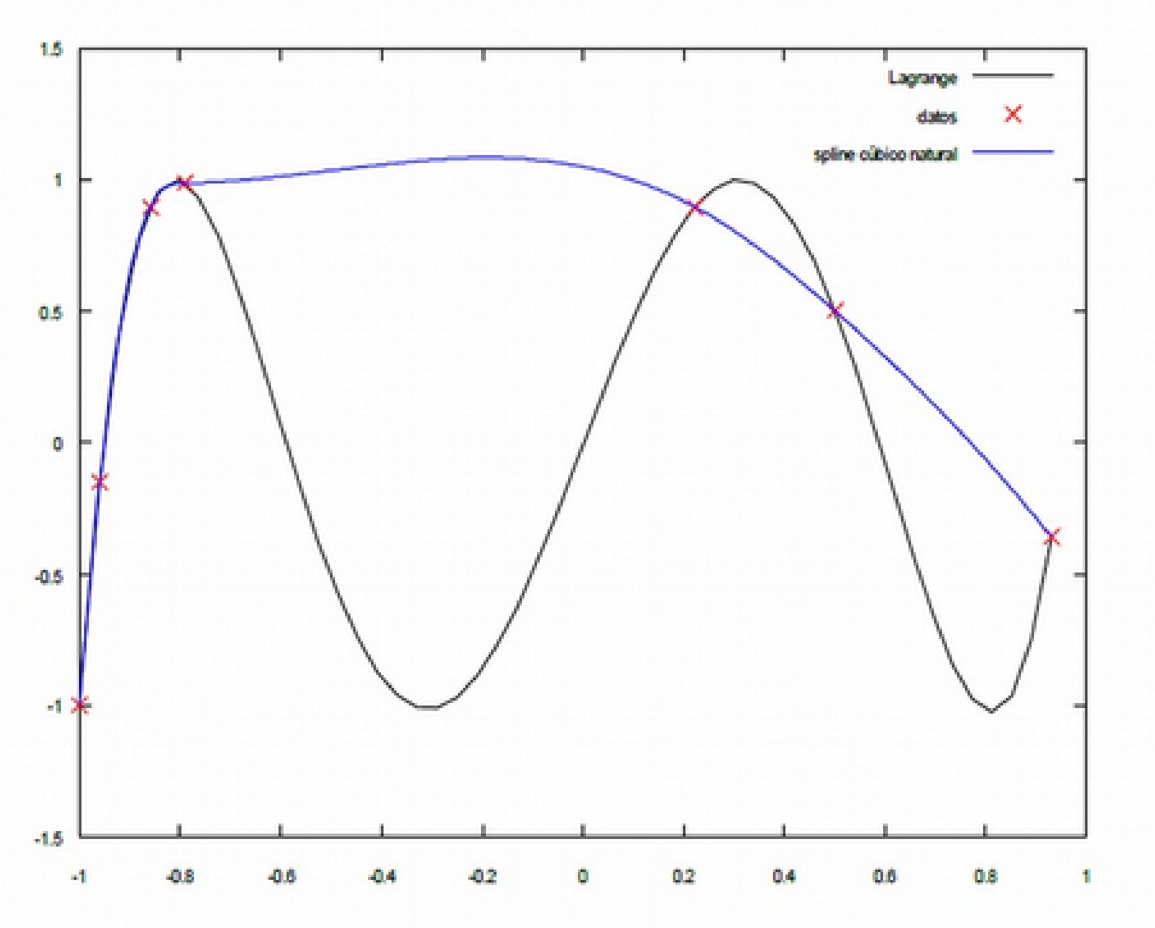
Los modelos matemáticos no dejan de ser simplificaciones y **pueden albergar errores que llevan a conclusiones erradas**.

Ver Newton, Einstein y Mercurio

Los principios y leyes se manifiestan en ecuaciones. La complejidad de las ecuaciones y/o del dominio pueden hacer imposible la obtención de una solución analítica. En estos casos se recurre a la aproximación numérica.

Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería

Interpolación de datos experimentales



Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Solución de integrales con singularidades

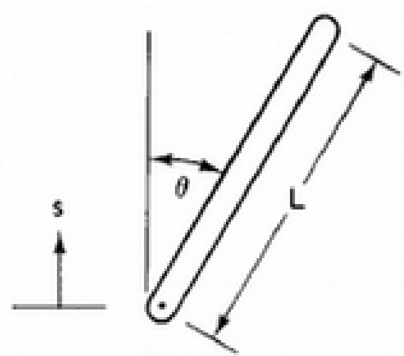
$$\int_{0,8}^{1} \frac{\log(1-x)}{\sqrt{(1-x^2)}}\,dx$$

Subintervalos (n)	Integral (I)	Error relativo $(I_{j+1}-I_j)/I_j$
1E+0	-0,37284	---
1E+1	-1,16144	2,115
1E+2	-1,79069	0,542
1E+3	-2,09809	0,172
1E+4	-2,22727	0,062
1E+5	-2,27810	0,02281
1E+6	-2,29733	0,00843
1E+7	-2,30440	0,00309
1E+8	-2,30695	0,00113
1E+9	-2,30786	3,9E-4

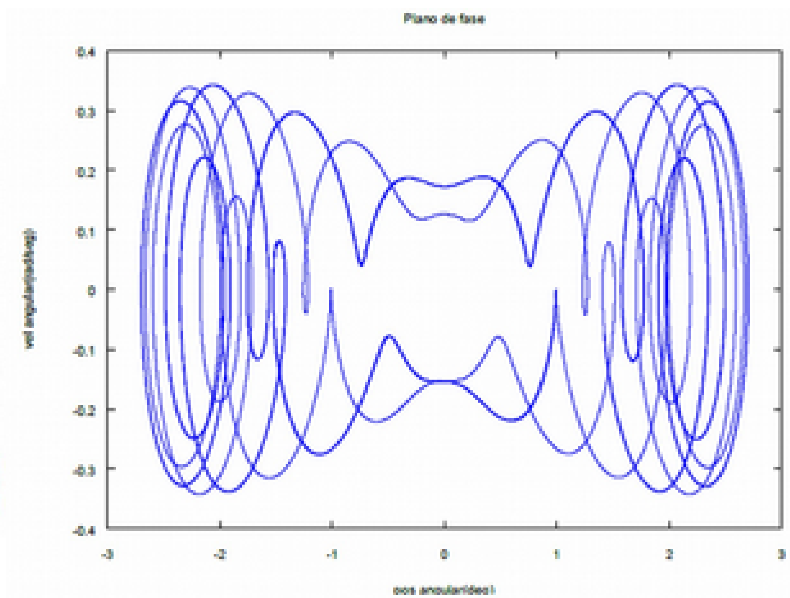
Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Ecuaciones no lineales
(Estabilidad del péndulo invertido)



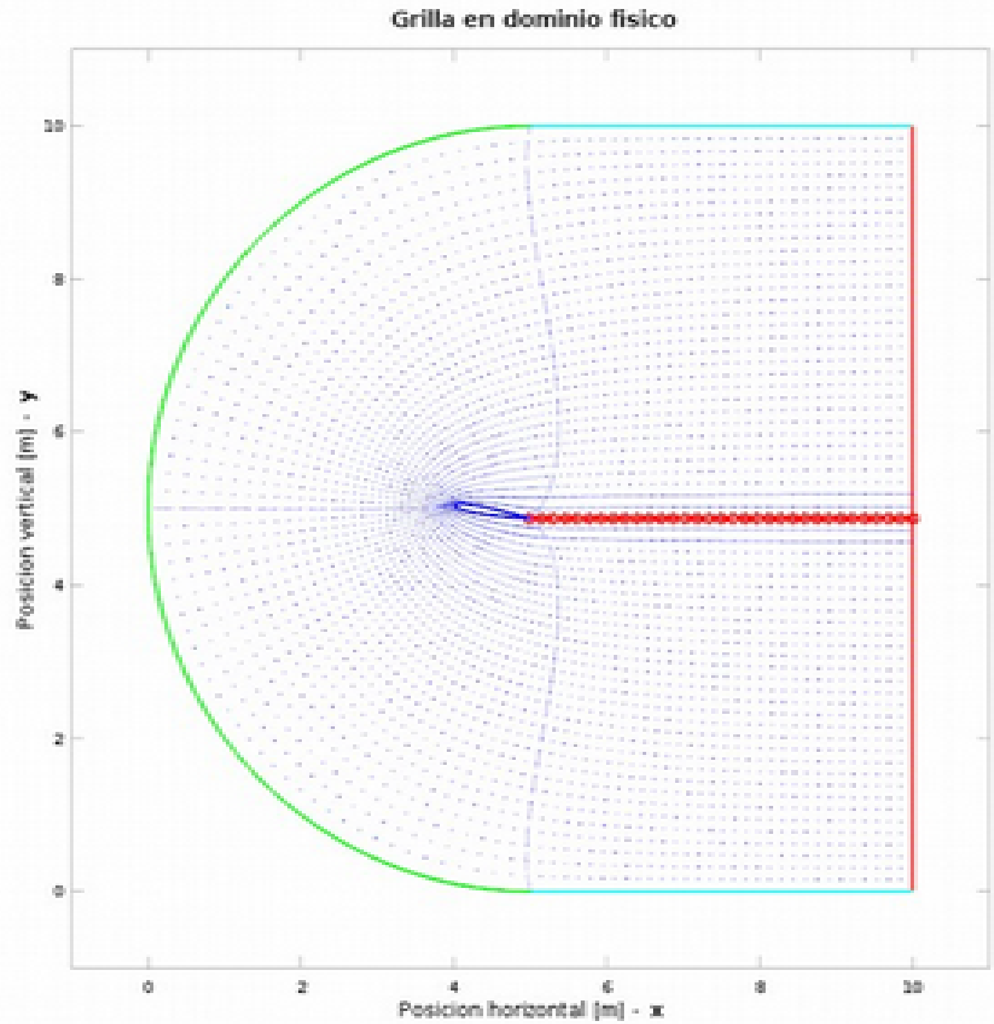
$$\ddot{\theta}(t)=\frac{3}{2L}(g-Aw^2\sin wt)\sin\theta(t)$$

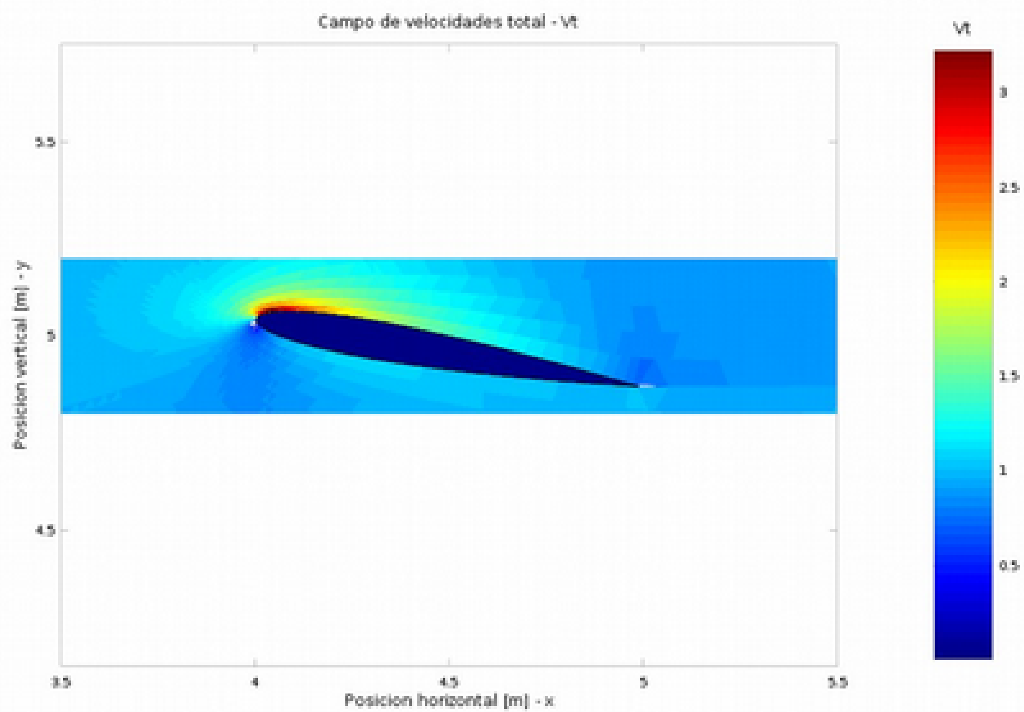


Aplicaciones del cálculo numérico en ciencias e ingeniería

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Mecánica de fluidos





Algoritmos

La palabra **algoritmo** deriva del nombre de un matemático árabe del siglo IX, llamado Al-Khuwarizmi, quien estaba interesado en resolver ciertos problemas de aritmética y **describió varios métodos** para resolverlos. Estos métodos fueron presentados como una **lista de instrucciones específicas** y su nombre es utilizado para referirse a dichos métodos. **Un algoritmo es**, en forma intuitiva, **una receta, un conjunto de instrucciones claras sobre un proceso para hacer algo**.

<u>Propiedades:</u>

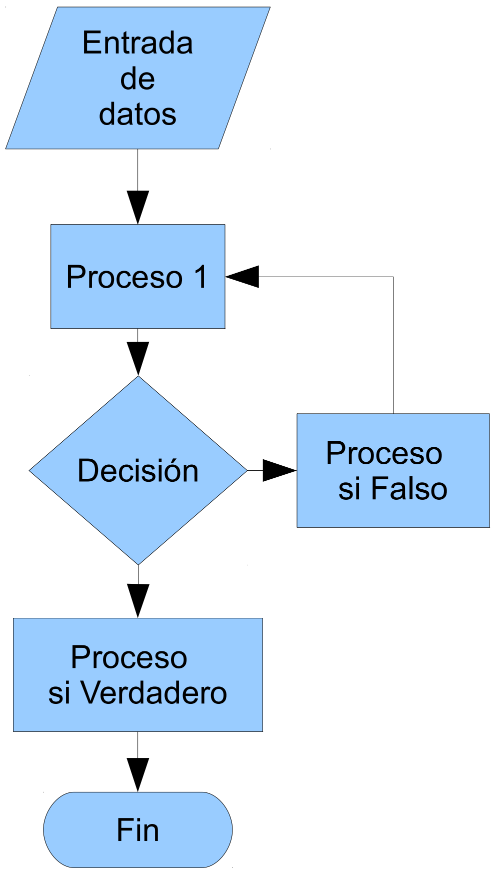
- no debe ser ambiguo.
- debe detenerse.
- debe informar su resultado.

Curso de Ingreso 2014, Facultad de Informática, Universidad Nacional de La Plata

Antes de poder programar un cálculo en la computadora, se debe traducir a un algoritmo que la máquina pueda ejecutar

Lenguajes

Diagrama de flujo



Pseudocódigo:

1. Leer datos
2. Ejecutar P1
3. Preguntar si cumple una condición
4. Si es verdadero realizar V
5. Si es falso realizar F y volver a P1
6. Fin

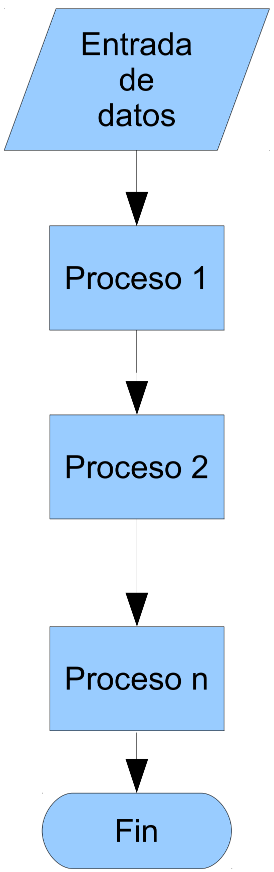
Código fuente

```
Function test()
input=csvread('archivo.csv')
var1=P1(input)
while cond != True
If cond1==True
        PV
else
        PF
endif
endfunction
```

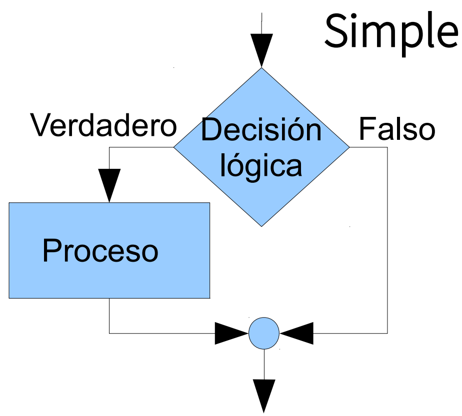
Elementos básicos de diagramas de flujo

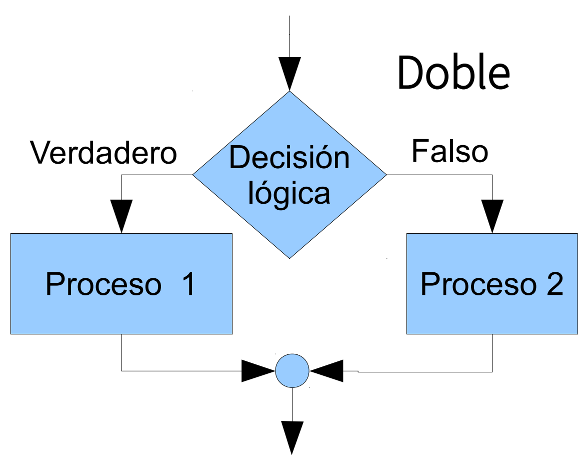
FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS
EXACTAS Y NATURALES

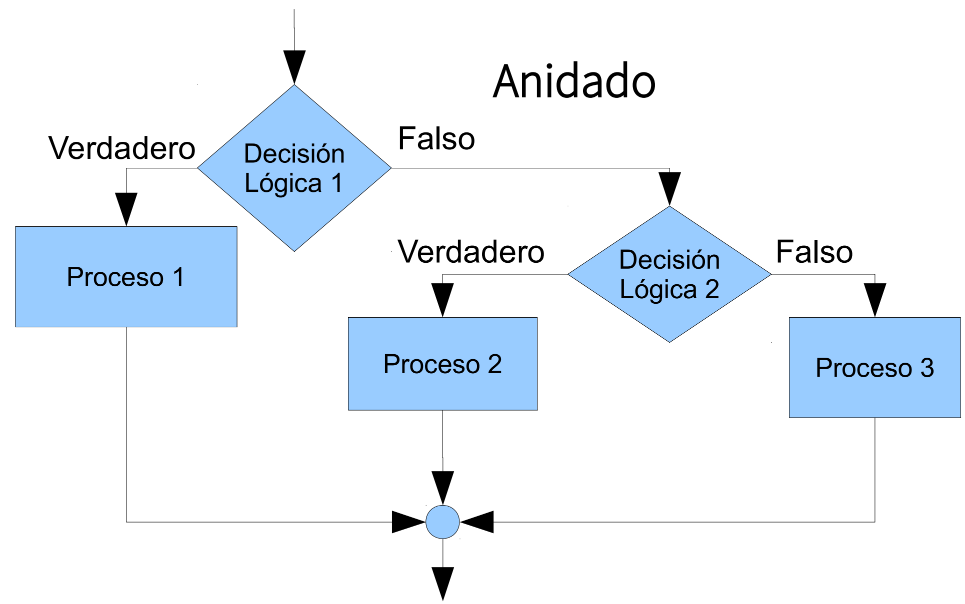
Estructura secuencial



Decisiones condicionales



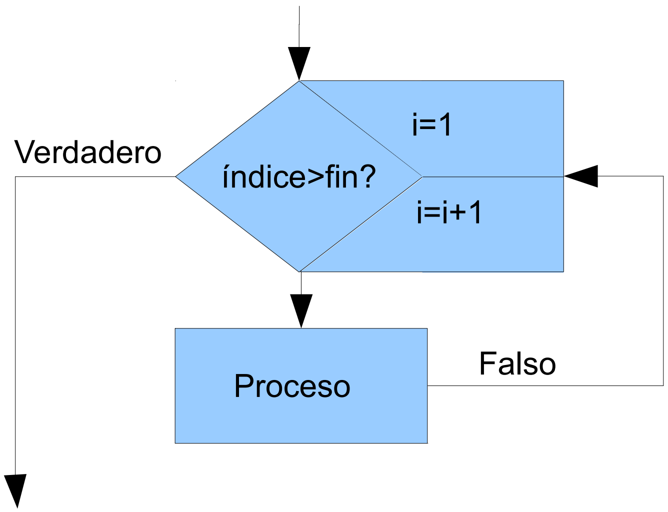




Elementos básicos de diagramas de flujo

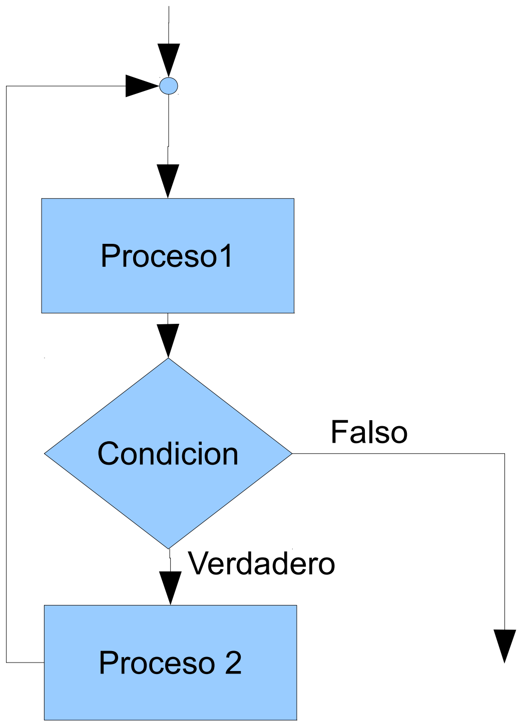
FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Repetición



La repetición (“FOR”) es la estructura de control que permite al algoritmo ejecutar un conjunto de instrucciones un <u>número de veces fijo y conocido de antemano</u>

Iteración



La iteración (“WHILE”) es una estructura de control que permite al algoritmo ejecutar en forma repetitiva un conjunto de acciones <u>mientras se mantenga una condición</u>.

Aritmética de las computadoras digitales

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Sistemas de numeración posicional

Se realiza la combinación lineal de los dígitos posibles con potencias de la base

Decimal o base-10

$$N=\sum_{i=-k}^{n-1} d_i 10^i , d_i \in [0,1,2,\ldots,9]$$

N es un número a representar, n es la cantidad de dígitos a la izquierda de la coma, k es la cantidad de decimales

$$\text{Ejemplo:} N=193 \rightarrow n=3, k=0, d[1\ 9\ 3] \rightarrow N=\sum_{i=0}^{2} d_i 10^i = 1*10^2+9*10^1+3*10^0=193$$

Binario o base-2

$$N=\sum_{i=-k}^{n} d_i 2^i , d_i \in [0,1]$$

Aritmética de las computadoras digitales

FCEN FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Representación en coma flotante

Se usa para representar fracciones

$$(-1)^{s} x\, C\, x\, b^{q}$$

s: bit de signo, puede ser 0 o 1

C: mantisa, significando o coeficiente, número fraccional. La mantisa se normaliza para que no tenga cero después de la coma.

b: base, número entero

q: exponente, número natural

Ejemplo:

$156{,}78=0{,}15678*10^{3}$

Aritmética de las computadoras digitales

Representación en la computadora

La computadora trabaja con **sistema binario**. Cada registro de la memoria almacena "bits" que pueden tomar el valor 0 o el 1 (apagado - encendido).

Los números se almacenan según la cantidad de bits disponibles por el hardware de la computadora.

El **estándar IEEE-754** determina dos distribuciones de bits:

- **Precisión simple** para registros de 32 bits (s:1bit q:8bits c:23bits) puede representar números reales entre 2,938736E-39 y 1,701412E+38
- **Precisión doble** para registros de 64 bits (s:1bit q:11bits c:52bits) puede representar números reales entre 5,562684646268003E-309 y 8,988465674311580E+307

signo	exponente	mantisa

Aritmética de las computadoras digitales

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Operaciones de coma flotante

Para poder aplicar las operaciones matemáticas básicas a números representados por coma flotante se deben adecuar los números previamente

Suma y resta: se alinean los bits (se aumenta la mantisa del número de menor exponente) y se suman o restan.

$$123456.7 + 101.7654$$
$$\left(1.234567 \times 10^{5}\right) + \left(1.017654 \times 10^{2}\right)$$
$$\left(1.234567 \times 10^{5}\right) + \left(0.001017654 \times 10^{5}\right)$$
$$\left(1.234567 + 0.001017654\right) \times 10^{5} = 1.235584654 \times 10^{5}$$

¿Qué pasa si se quiere sumar un número muy grande y uno muy pequeño?

Multiplicación y división: se multiplican o dividen las mantisas y se suman o restan los exponentes.

Errores en la solución numérica

FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES

Las funciones matemáticas se pueden **aproximar mediante representaciones más simples**. Estas representaciones introducen errores. por ejemplo cuando se utilizan series infinitas se descartan términos de a partir de cierto orden y se produce un **error de truncamiento**.

A su vez, el modelo se puede resolver en un **subdominio más simple** mediante la "discretización". Al discretizar, se utiliza alguna hipótesis adicional para completar el subdominio y obtener el dominio original, pero esta hipótesis produce un **error de discretizado**.

Finalmente, al utilizar la computadora, la cantidad de números que puede representar es finita e introduce **error de redondeo**. Si el error de redondeo es grande, se pueden perder cifras significativas en las operaciones matemáticas, este error se llama **cancelación**. Además, si las operaciones matemáticas dan como resultado un número mayor al más grande que se puede representar o más chico que el más pequeño, se produce un **desbordamiento**.