FACTORIZAR

Por multiplicación de números Reales

$$Ley\ de\ cierre \Rightarrow a * b * c = d \epsilon \mathbb{R}$$

$$Asociativa \Rightarrow (a * b) * c = a * (b * c)$$

$$Conmutativa \Rightarrow a * b = b * a$$

$$Inverso \Rightarrow a * \frac{1}{a} = 1$$

Por potenciación

$$a * a * a \dots\dots.. = a^n$$

$$a^m * a^n = a^{m+n}$$

$$\frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{m*n}$$

$$a^0 = 1$$

Cualquier número real que no es primo, es un número compuesto……. y este puede ser reescrito…

UN NÚMERO PRIMO ES AQUEL QUE SOLO PUEDE DIVIDIRSE POR 1 Y POR SI MISMO

Para ello debemos además recordar los criterios de divisibilidad…..

Un número a es divisible por:

a) DOS cuando termina en cero o número par. Ej: 20 y 12.
b) TRES cuando la suma de los valores absolutos de sus cifras es múltiplo de tres Ej: 345 $\Rightarrow 345 = 3 + 4 + 5 = 12 = 3 * 4$.
c) CINCO cuando termina en 0 ó 5. Ej: 450 y 35.
d) SIETE cuando al separar la primera cifra desde la derecha y multiplicarla por dos… el valor absoluto de la resta.. del resultado del producto y el número que me quedo al quitar la última cifra; da cero o es múltiplo de siete. Ej:$119 \Rightarrow 11 \ldots\ldots \quad 9 \Rightarrow 9 * 2 = 18 \Rightarrow 18 - 11 = 7 \; y \; = 7 * 1$.

DESCOMPOSICIÓN EN FACTORES PRIMOS

Realizamos las divisiones según corresponda Comenzando del menor divisor al mayor

27720	2
13860	2
6930	2
3465	3
1155	3
385	5
77	7
11	11
1	

Luego puede reescribirse 27720 como……

$$2 * 2 * 2 * 3 * 3 * 5 * 7 * 11 = 27720$$

ó

$$2^3 * 3^2 * 5 * 7 * 11 = 27720$$

Aprendido esto….. podemos adentrarnos en el mundo de la factorización.

La factorización de polinomios consiste en expresar un polinomio como producto de sus factores primos.

FACTOR COMÚN

Se puede aplicar a todo polinomio que tenga DOS O MÁS TÉRMINOS, en los sea posible extraer al menos un factor primo común que aparezca en todos sus términos…… (se extrae el M.C.D. entre coeficientes y la menor potencia de la variable desconocida x)

Tomemos esta expresión y descompongámosla en factores primos….

$$4x^2 a + 8x^3a^2 -2ax =$$

1.Descompongamos en factores primos toda la ecuación

$$4x^2a + 8x^3a^2 - 2ax = 2*2*x*x*a + 2*2*2*x*x*x*a*a - 2*x*a$$

2. Revisemos los factores comunes en los tres termino

$4x^2a$ $8x^3a^2$ $2ax$

Ahora que números y/o letras tienen en común cada uno de los términos?

$$2*2*x*x*a + 2*2*2*x*x*x*a*a - 2*x*a$$

Por la propiedad asociativa del producto de reales…

$$2*x*a*2*x + 2*x*a*2*2*x*x*a - 2*x*a =$$

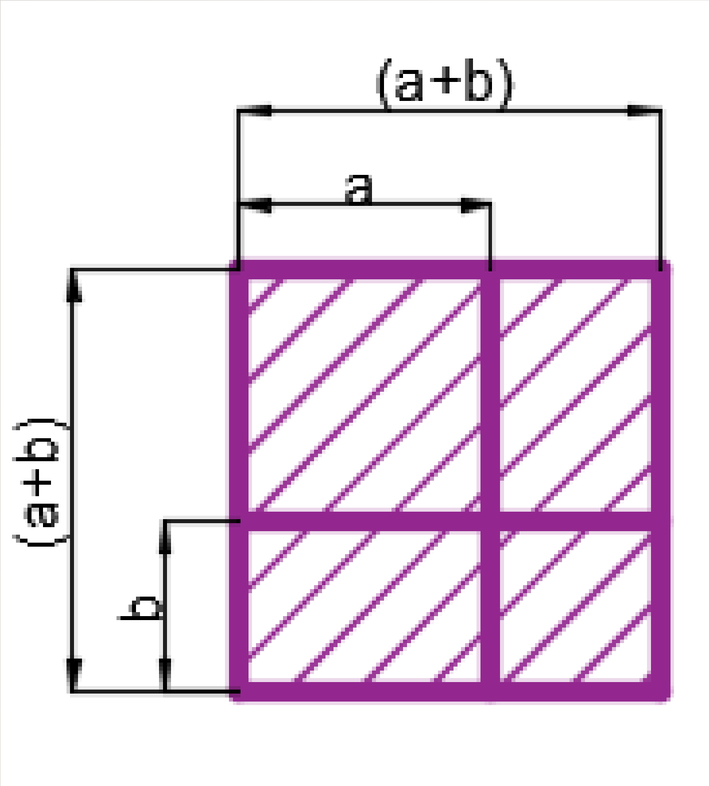
$$2*x*a*2*x+2*x*a*2*2*x*x*a-2*x*a=$$

Extraigo los comunes (máximo común divisor) y dejo expresado lo que me quedo

$$2*x*a*(2*x+2*2*x*x*a-1)=2xa*(2x+4x^2a-1)$$

TRINOMIO CUADRADO PERFECTO

Supongamos que tenemos un cuadrado…..



$$Area = lado * lado$$

I. Calculemos el área

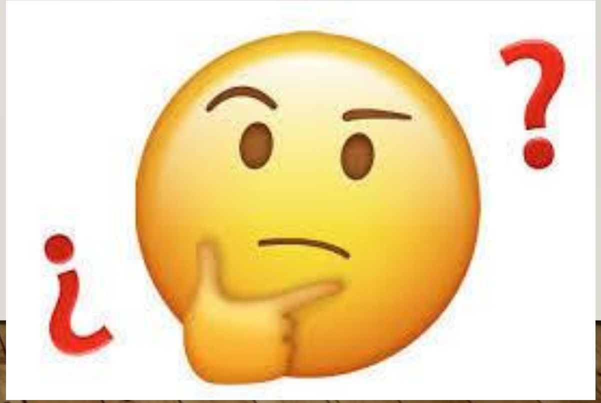
$$Area = (a+b)*(a+b)$$

1. Hagamos distributiva de la formula…..

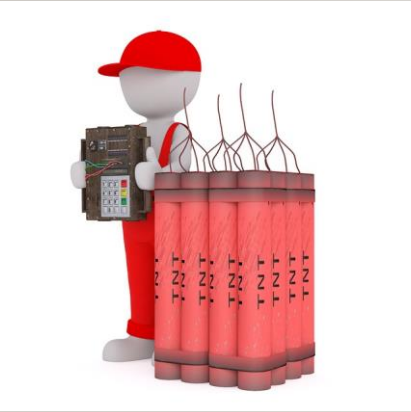
$$(a+b)*(a+b) = a*a + a*b + a*b + b*b$$

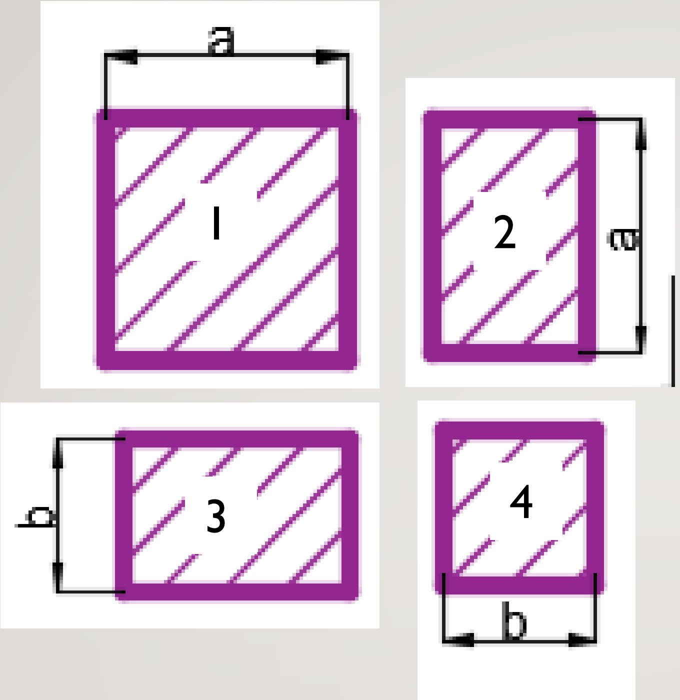
$$a^2 + ab + ab + b^2 =$$

$$a^2 + 2ab + b^2 =$$



2. Hagamos explotar el área cuadrada…..

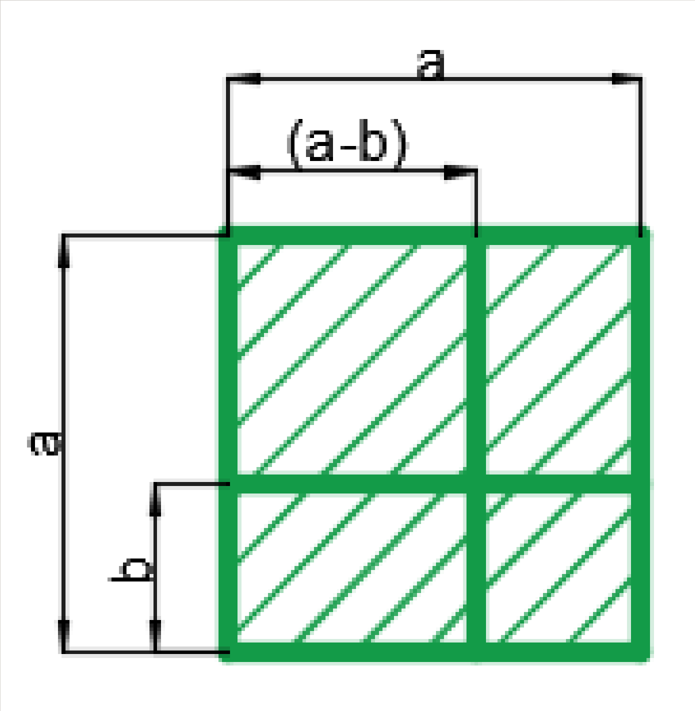


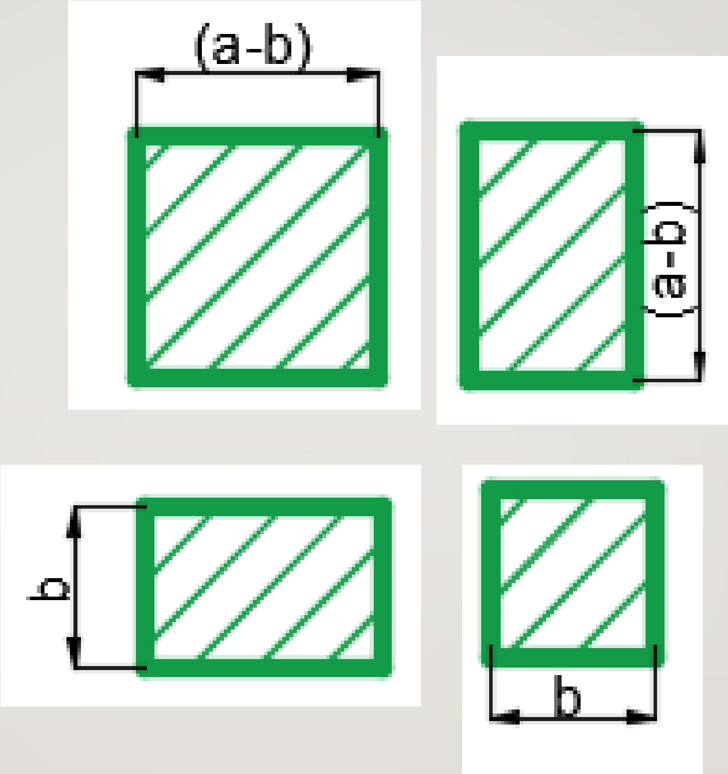


$$1 = a * a = a^2$$
$$2 = a * b = ab$$
$$3 = a * b = ab$$
$$4 = b * b = b^2$$

Calculemos el área de cada cuadrado que me queda

$$1 + 2 + 3 + 4 = a^2 + ab + ab + b^2 =$$
$$a^2 + 2ab + b^2 =$$





Te reto a que intentes lo mismo con este cuadrado

Para aplicar este caso de factoreo, el polinomio debe tener:

1. tres términos
2. dos de ellos deben ser cuadrados (expresiones elevadas al cuadrado), es decir, que se les pueda calcular la raíz cuadrada.
3. el término restante debe tener la forma: 2 a b siendo a y b las raíces de los términos cuadrados.

Cumplidas las condiciones anteriores, el polinomio se factoriza colocando las raíces a y b de la forma:

$$(b \pm a)^2 = b^2 \pm 2ba + a^2$$

$$(x \pm a)^2 = x^2 \pm 2ax + a^2$$

FACTOR COMÚN POR GRUPOS

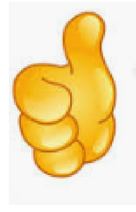
Se puede aplicar cuando el polinomio tiene 4, 6, 8, 9 términos, etc. de manera tal que puedan formarse grupos con igual cantidad de términos. Una vez extraídos los factores comunes de cada grupo, los paréntesis que quedan deben ser iguales, para poder factorizar el polinomio.

Repasemos:

1. EL POLINOMIO TIENE 4, 6, 8, 9 O MÁS TÉRMINOS.
2. LOS PARÉNTESIS QUE QUEDAN DEBEN SER IGUALES.

Ejemplos

1. Repacemos la cantidad de términos



$$2xy + 2x - y - 2xz + z - 1 = 2 * x * y + 2 * x - y - 2 * x * z + z - 1$$

$$2 * x * y + 2 * x - 2 * x * z - y - 1 + z =$$

1. Busquemos factores primos comunes

$$2 * x * (y + 1 - z) - 1 * (y + 1 - z) = (2x - 1) * (y + 1 - z)$$

$$4xy^3 - 12xyz - y^2 + 3z = 2 * 2 * x * y * y * y - 2 * 2 * 3 * x * y * z - y * y + 3 * z$$

$$2 * 2 * x * y * y * y - 2 * 2 * x * y * 3 * z - y * y + 3 * z$$

$$2 * 2 * x * y * y * y - y * y + 3 * z - 2 * 2 * x * y * 3 * z$$

NOTA : de la cantidad de términos que tenga el polinomio depende la cantidad de términos que serán factores comunes. Ejemplo 1: el polinomio tiene 6 términos tendrá tres términos factores primos comunes $(y + 1 - z)$

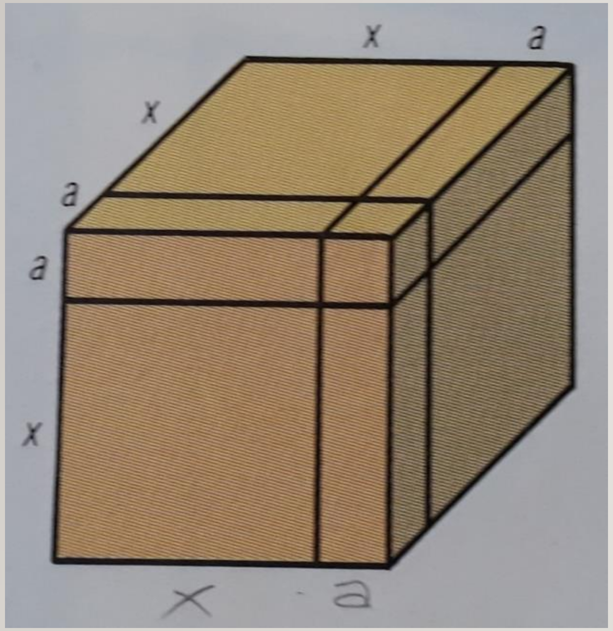
Que me queda

$$y * y\,(2 * 2 * x * y - 1) - 3 * z * (2 * 2 * x * y * -1)$$

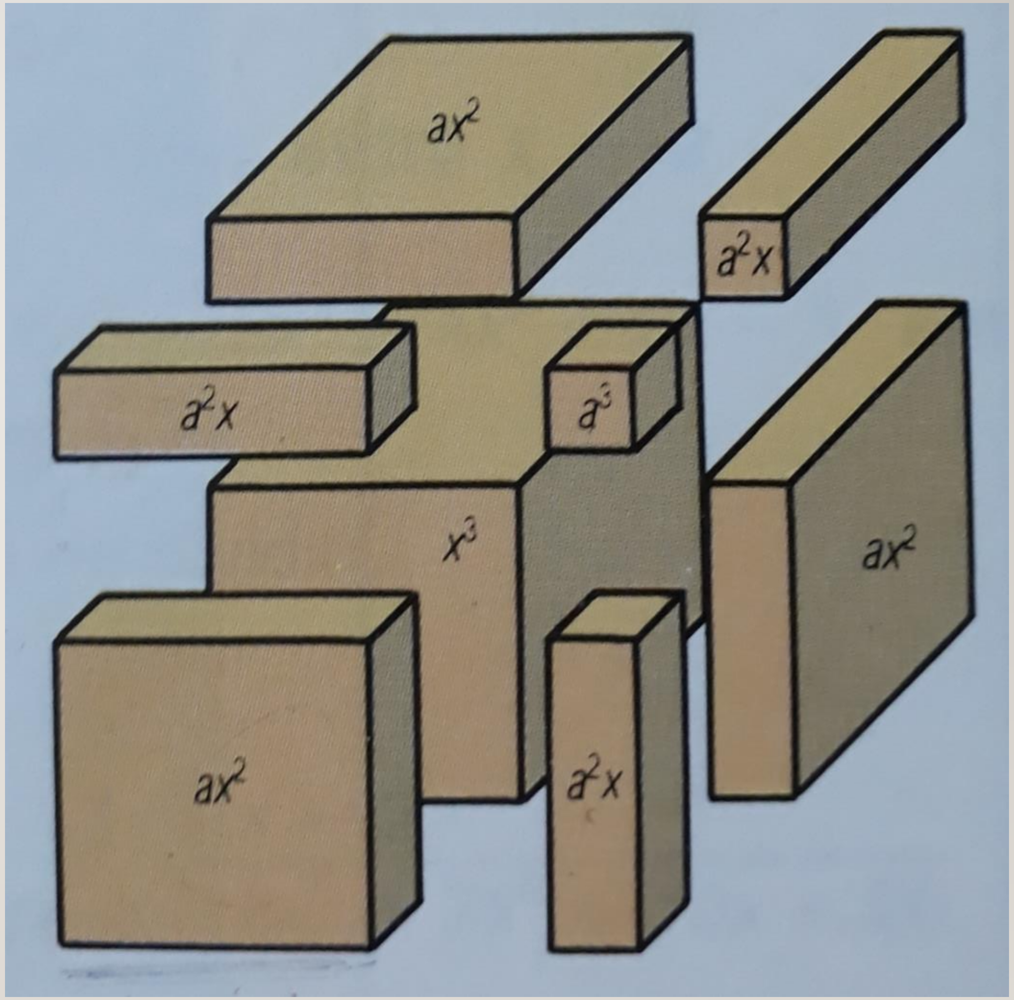
$$y * y\,(4xy - 1) - 3 * z * (4xy - 1) = y^2 * (4xy - 1) - 3z * (4xy - 1)$$

$$(y^2 - 3z) * (4xy - 1)$$

CUATRINOMIO CUBO PERFECTO



Que explote



Tomemos un cubo…..

La geometría nos enseña que su volumen es…..

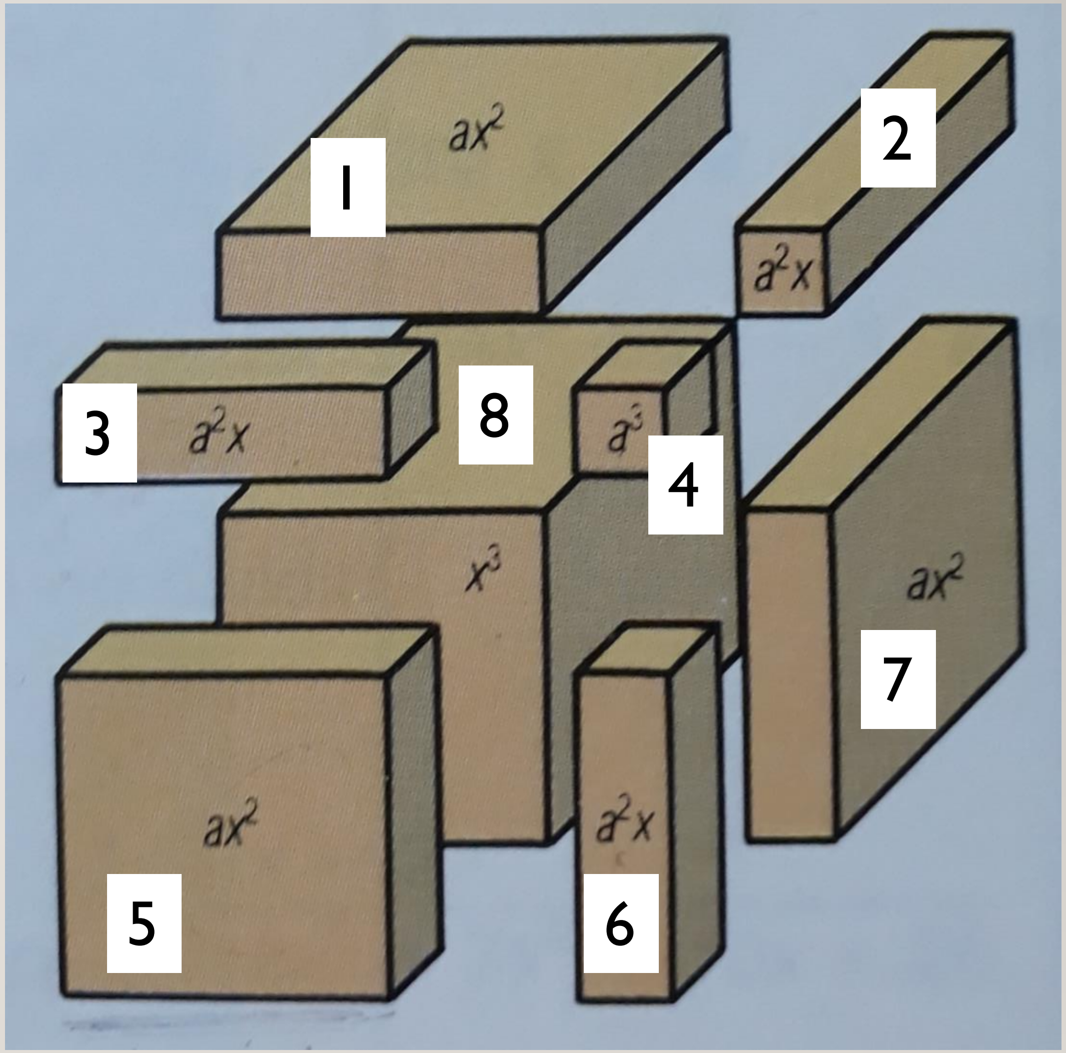
$$Vol = l * l * l =$$

Calculemos el volumen de este cubo

$$Vol = (a + x) * \ (a + x) * (a + x) =$$

Calculemos los volúmenes de cada parte….

$$1 = x * x * a = x^2 * a$$
$$2 = a * a * x = a^2 * x$$
$$3 = a^2 * x$$
$$4 = a * a * a = a^3$$
$$5 = x^2 * a$$
$$6 = a^2 * x$$
$$7 = x^2 * a$$
$$8 = x * x * x = x^3$$



Sumemos cada volumen calculado

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 =$$

$$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 =$$

$$= x^2 * a + a^2 * x + a^2 * x + a^3 + x^2 * a + a^2 * x + x^2 * a + x^3 =$$

$$= x^2 * a + x^2 * a + x^2 * a + a^2 * x + a^2 * x + a^2 * x + a^3 + x^3 =$$

$$= 3 * x^2 * a + 3 * a^2 * x + a^3 + x^3 =$$

Agrupemos términos semejantes

CALCULEMOS EL VOLUMEN DE ESTE CUBO

$$Vol = (a + x) * (a + x) * (a + x) =$$

Realicemos las distributivas que corresponden……

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

Sabemos de lo antes visto que

$$(a + b)^2 * (a + b) = (a^2 + 2ab + b^2) * (a + b)$$

Apliquemos distributiva

$$(a + b)^3 = a^2 * (a + b) + 2ab * (a + b) + b^2 * (a + b)$$

$$= (a * a^2 + b * a^2) + (2ab * a + 2ab * b) + (b^2 * a + b^2 * b)$$

Agrupemos y sumemos

$$= a^3 + b * a^2 + 2a^2 b + 2ab^2 + b^2 * a + b^3$$

$$= a^3 + 3ba^2 + 3ab^2 + b^3$$

SUMA O DIFERENCIA DE POTENCIAS DE IGUAL GRADO

Tomo cualquier polinomio de la forma $(a^n \pm b^n)\ donde\ n \in \mathbb{R}$

Divisible por $(a \pm b)$

$$(a^n \pm b^n) = (a \pm b) * (a^{n-1} * b^{n-n} \pm a^{n-2} * b^{n-n+1} + a^{n-3} * b^{n-n+2} \pm \cdots \ldots . +a^{n-n} * b^{n-1})$$

Se puede aplicar a binomios, cuyos términos puedan expresarse como potencias de igual grado.

NO a las sumas de binomios de potencias PARES.

$$(a^n + b^n) = (a + b) * (a^{n-1} * b^{n-n} - a^{n-2} * b^{n-n+1} + a^{n-3} * b^{n-n+2} - \cdots \ldots . +a^{n-n} * b^{n-1})$$

$$(a^n - b^n) = (a - b) * (a^{n-1} * b^{n-n} + a^{n-2} * b^{n-n+1} + a^{n-3} * b^{n-n+2} + \cdots \ldots . +a^{n-n} * b^{n-1})$$

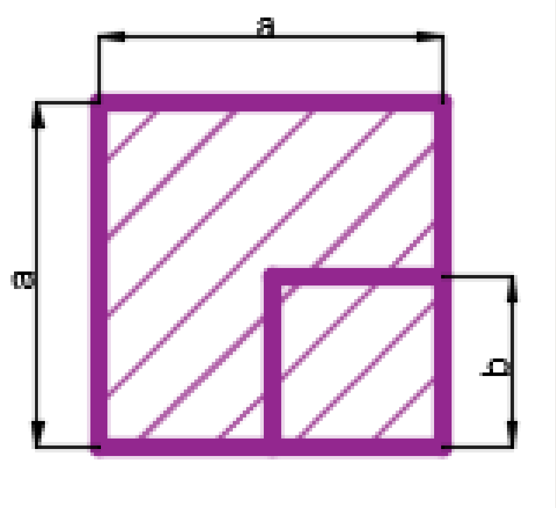
DIFERENCIA DE CUADRADOS

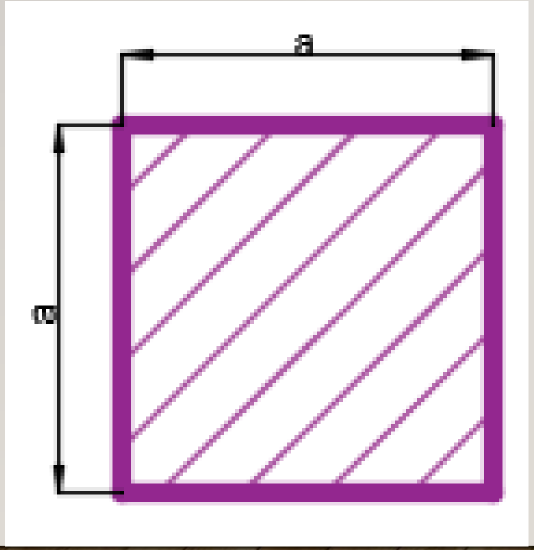
Se aplica cuando el polinomio tiene:

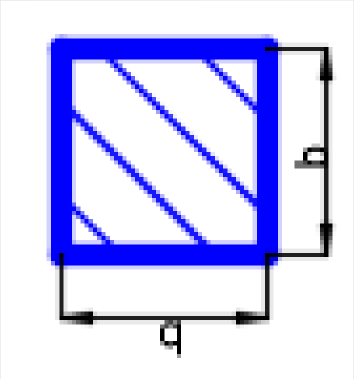
1. dos términos de distinto signo.

2. ambos términos deben ser cuadrados, es decir, se les puede calcular la raíz cuadrada.

Tratemos de explicarlo usando la geometría……



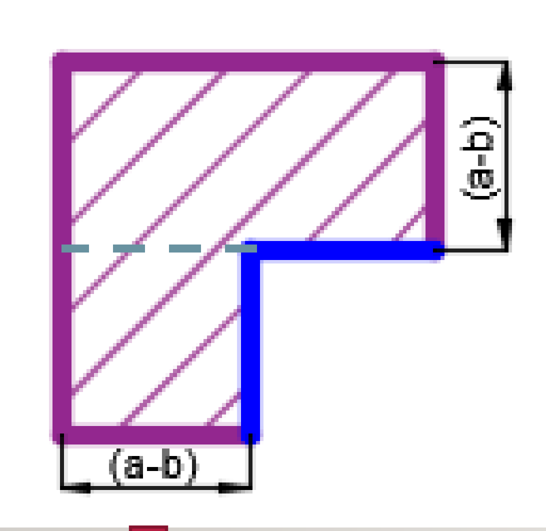


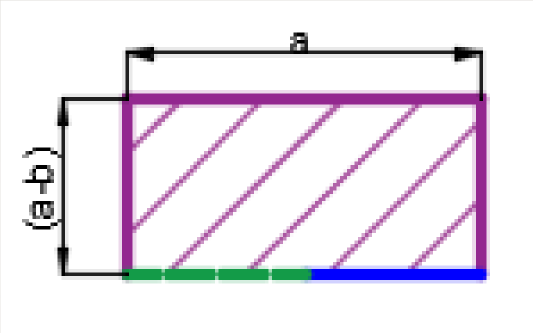


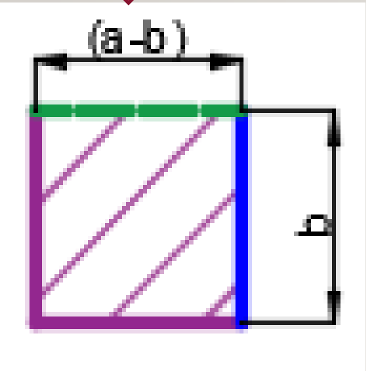
Queremos encontrar

$$a^2 - b^2 =$$

Calculemos cada área…

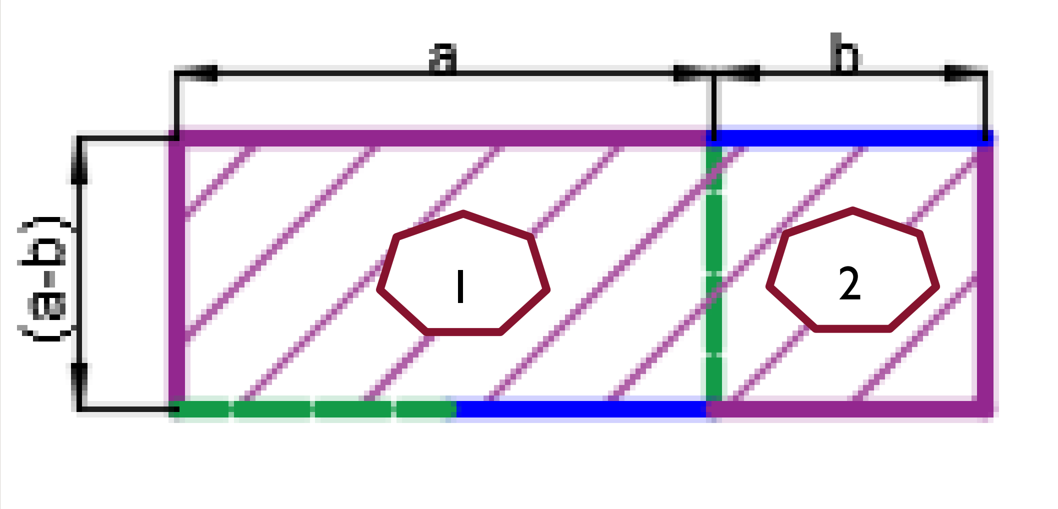






Descomponemos en dos áreas más sencillas (conocidas) de calcular

Juntemos las áreas obtenidas y calculemos en área del rectángulo resultante…..



$$Area\ 2 = b*(a-b) = ab - b^2$$

$$Area\ 1 = a*(a-b) = a^2 - ab$$

Área del rectángulo

$$A_T = Area\ 1 + Area\ 2 = a*(a-b) + b*(a-b) = a^2 - \cancel{a}b + \cancel{a}b - b^2$$

$$\boxed{A_T = a^2 - b^2}$$

TRINOMIO DE SEGUNDO GRADO

Se puede aplicar a cualquier polinomio de grado 2.

1. el polinomio tiene la forma, con a≠0:

$$a\,x^2 \;+\; b\,x \;+\; c \;=$$

2. y las raíces del mismo son raíces reales, preferentemente enteras. Las cuales se obtendrán mediante la fórmula:

$$X_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$a\,x^2 \;+\; b\,x \;+\; c = a * (x - x_1) * (x - x_2)$$