

Algunas observaciones Clase 2: El vapor de agua y sus efectos termodinámicos

1. Ecuación de estado del vapor de agua (pag. 2-3)

Para la porción de aire ocupada por vapor de agua, vale la aproximación de gas ideal tomando

$$R_v = 1000 \frac{R^*}{m_w} = 1000 \frac{8.3145}{18.016} = 461.51 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

como constante.

2. Ecuación de Clausius-Clapeyron (pag. 4-10)

Mismo desarrollo de la ecuación de Clapeyron que vimos en Termodinámica, aquí aplicada al vapor de agua presente en el aire

$$\boxed{\frac{de_s}{dT} = \frac{L}{T\alpha_2} = \frac{Le_s}{R_v T^2}} \quad (2.10)$$

Integrando

$$\ln \frac{e_s}{e_{s0}} = \frac{L}{R_v} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T} \right), \quad (2.11)$$

donde $\frac{L}{R_v} \cong 5.42 \times 10^3 \text{ K}$.

Por supuesto (2.11) es una familia de curvas exponenciales, donde cada una de ellas pasa por un punto determinado (e_{s0} ; T_0). Para el vapor de agua se obtiene experimentalmente el valor $e_{s0} = 6.11 \text{ mb}$ para $T_0 = 273 \text{ K}$. Ese punto determina la curva roja mostrada en la Fig. 3.9 (pag. 9).

Lo anterior vale para la presión de vapor de saturación con respecto a una superficie plana de agua líquida (e_s). Sin embargo, la presión de vapor de saturación con respecto a una superficie plana de hielo (e_{si}) es algo menor ($e_s > e_{si}$), y la mayor diferencia se logra cuando la temperatura es aprox. -12°C (curva azul Fig. 3.9). Por lo tanto, cerca de estas temperaturas el aire puede estar subsaturado respecto del agua pero sobresaturado respecto del hielo. Esto es importante en la formación de partículas de hielo en una nube.

3. Aire húmedo: su contenido de vapor (pag. 11-22)

Se presentan varias formas de representar la cantidad de vapor de agua presente en el aire húmedo. La más usada es la relación de mezcla

$$w = \epsilon \frac{e}{p - e} \approx \epsilon \frac{e}{p} \quad (2.12)$$

Observar que, para cada presión p , se puede obtener una curva de relación de mezcla de saturación ($w_s(T)$), tomando $e = e_s(T)$ en la ecuación anterior, similar a la curva roja de la Fig. 3.9.

Supongamos una parcela de aire subsaturada, con temperatura T y relación de mezcla w . Representamos ese estado mediante un punto en un diagrama T - w . Si aumentamos la cantidad de vapor manteniendo T cte, eventualmente alcanzaremos la saturación (al tocar la curva w_s). También podemos alcanzar la saturación bajando la temperatura y

manteniendo la cantidad de vapor w cte. La temperatura a la cual se alcanza la saturación de esta forma se llama *Temperatura del Punto de Rocío* (T_d), o directamente Punto de Rocío.

Del gráfico se ve además que:

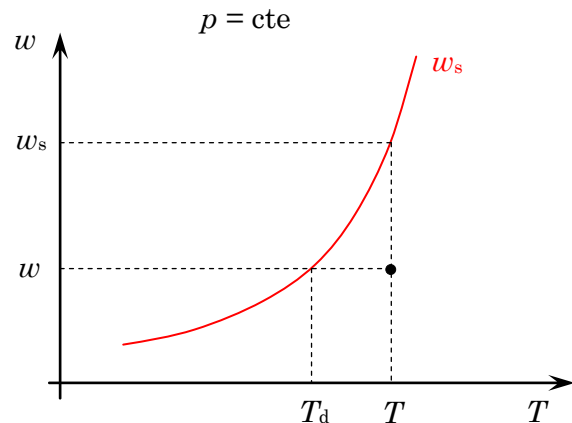
$$1) \quad w_s = w_s(T)$$

$$2) \quad w = w_s(T_d)$$

Dada una parcela de aire a presión p , temperatura T y relación de mezcla w , podemos calcular su T_d despejando de la segunda igualdad, donde

$$w_s(T, p) = \varepsilon \frac{e_s(T)}{p}$$

y $e_s(T)$ sale de (2.11).



La Temperatura Virtual (T_v) es una modificación que se hace a la temperatura de aire húmedo para usar con el aire húmedo la ecuación de estado de gas ideal con el R_d del aire seco. Por supuesto, para la mezcla "aire seco + vapor" habría que usar otro R distinto de R_d que tenga la información de cuánto vapor hay en el aire, pero en lugar de modificar el R , se modifica la T reemplazándola por la T_d . Así, la información de cuánta humedad tiene el aire está en la temperatura y no en el R . La deducción dada en la pag. 13 merecería ser completada un poco.

Tarea: Completar las cuentas de la pag. 13.

Los gráficos psicrométricos presentados en las pag. 17-22 son similares al gráfico anterior. Podemos ver curvas de humedad relativa (en %), volumen específico y entalpía. Por supuesto la entalpía no significa nada en sí mismo (depende de dónde pongamos el cero) pero con el gráfico se puede calcular su variación en un proceso entre dos estados distintos. La relación entre temperatura y humedad se usa mucho para definir índices de confort. Este tipo de gráficos son útiles para eso.

4. Termodinámica del aire húmedo no saturado (pag. 23-25)

El factor $[1+0.6w]$ que usamos para definir la T_v lo podemos asociar al R para definir la constante para el aire húmedo. Así:

$$p \propto R' T_v \quad \text{y} \quad p \propto R_m T$$

son ecuaciones de estado equivalentes para el aire húmedo, donde:

$$T_v = [1+0.6w] T \quad \text{y} \quad R_m = [1+0.6w] R' \quad (R' = R_d)$$

También podemos introducir factores para definir los calores específicos c_{vm} y c_{pm} a volumen y presión constantes.

Tarea: Mostrar que la relación: $(1+w)dq = c_v dT + w c_{vv} dT$
es equivalente a: $dq = \frac{M_d c_v dT + M_v c_{vv} dT}{M_d + M_v}$

o sea, la suma de calores por unidad de masa.

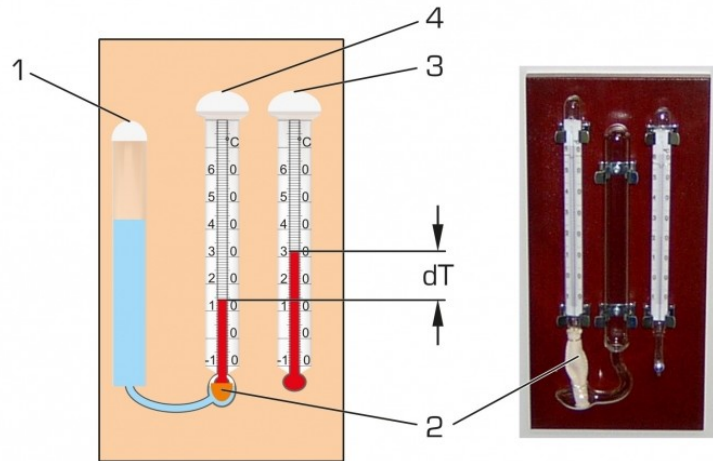
5. Formas de alcanzar la saturación (pag. 26-30)

La temperatura del termómetro húmedo, o temperatura de bulbo húmedo T_w , es la que se usa junto con la temperatura para medir la humedad ambiente.

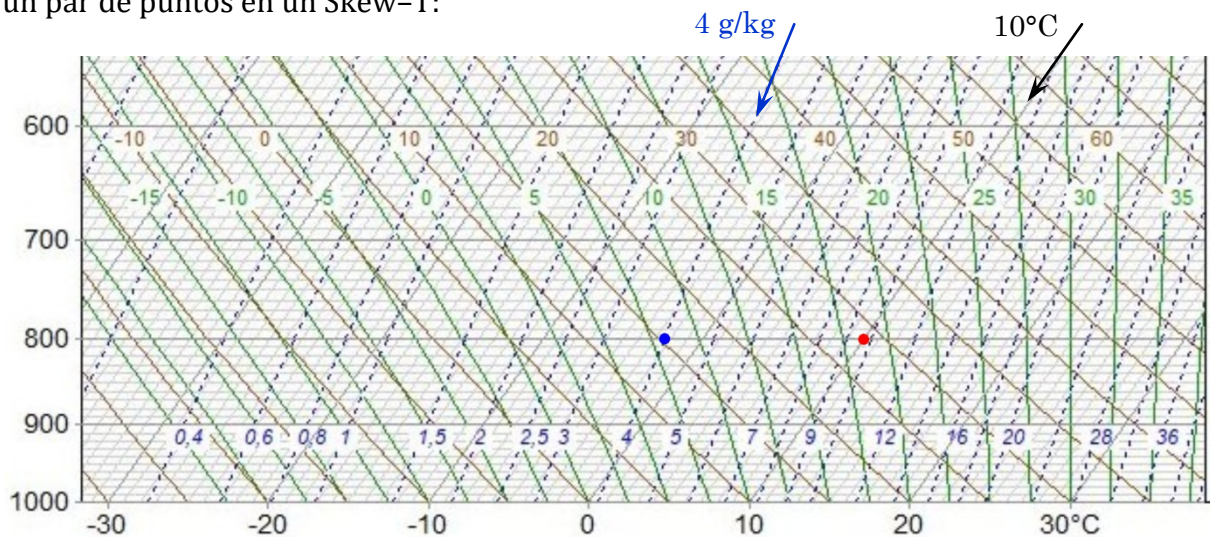
- 1) Depósito de agua destilada
- 2) Paño que envuelve el bulbo conectado al depósito de agua
- 3) Termómetro seco
- 4) Termómetro de bulbo húmedo

El paño provee constante humedad al bulbo del termómetro (4) manteniéndolo saturado. Cuanto menor sea la humedad ambiente, mayor será la evaporación y por lo tanto el enfriamiento del termómetro (4) (mayor ΔT). Midiendo $\Delta T = T - T_w$

se puede calcular $\Delta w = w_s - w$ de la ecuación (2.23) y por lo tanto la Humedad Relativa.

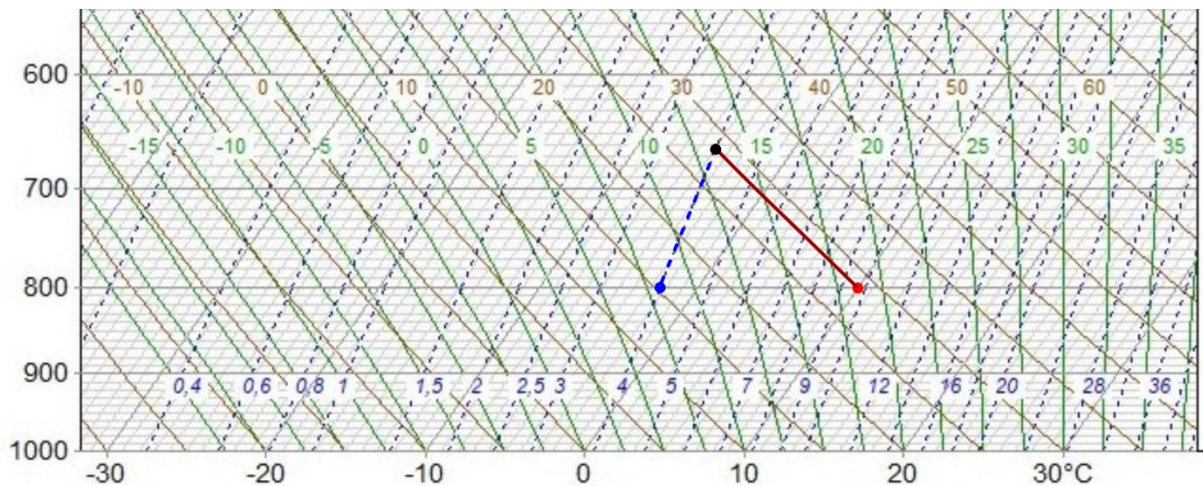


Como vimos, $w_s(T, p) = \varepsilon \frac{e_s(T)}{p}$. Por lo tanto, podemos representar curvas de w_s constante en un diagrama T - p . En el Skew- T las líneas de w_s constante son las punteadas en color azul (en g kg⁻¹). Por ejemplo, supongamos una parcela a $p = 800$ mb de presión, con una temperatura de $T = 10^\circ\text{C}$ y una relación de mezcla de $w = 4$ g kg⁻¹. Esto se representa con un par de puntos en un Skew- T :



Dado que $w_s = w_s(T)$ y $w = w_s(T_d)$, del diagrama vemos que la parcela tiene una relación de mezcla de saturación $w_s = 9.7$ g kg⁻¹ y una temperatura de rocío $T_d = -2.5^\circ\text{C}$ aproximadamente.

Supongamos ahora que esa parcela asciende hacia niveles más bajos de presión, pero manteniéndose aislada adiabáticamente del entorno y con toda su humedad. Entonces la humedad seguirá siendo siempre 4 g kg^{-1} y la temperatura potencial θ se mantendrá constante ya que el proceso es adiabático. La presión y la temperatura irán descendiendo (manteniendo θ cte) y por lo tanto también descenderá w_s de la parcela, desde 9.7 g kg^{-1} hasta que en algún punto alcance los 4 g kg^{-1} , en ese punto será $w = w_s$ y la parcela se saturará. El proceso se representa en el diagrama. El punto de saturación es el punto en el que las curvas de w y θ se cortan, y vemos que esto ocurre en $T_c = -5^\circ\text{C}$ y $p_c = 665 \text{ mb}$. La temperatura T_c se llama *Temperatura de Condensación Isoentrópica*, y la presión p_c se llama *Nivel de Condensación por Ascenso* (NCA, o LCL en inglés).



6. Procesos pseudoadiabáticos (pag. 31-40)

Una vez que la parcela alcanza la saturación en el NCA, si el ascenso continúa, la temperatura seguirá disminuyendo, pero esta vez el vapor de la parcela se irá condensando y liberando calor latente dentro de la masa de aire, lo que hará que su temperatura disminuya pero a un ritmo más lento. Si consideramos que el vapor condensado inmediatamente sale del sistema, el proceso se llama *pseudoadiabático* y, al igual que un proceso adiabático para una masa no saturada está representado por las líneas de θ cte, el proceso pseudoadiabático está representado por líneas de θ_e cte (las líneas verdes en el Skew-T):

$$\theta_e \approx \theta \exp\left(\frac{L_v w_s}{c_p T}\right)$$

**Temperatura
Potencial
Equivalente**

Ver que θ_e se aproxima a θ a medida que w_s tiende a cero, de allí que en el Skew-T las líneas de θ_e y θ son tanto más paralelas cuanto menores son los valores de w_s (esto es, a presiones y temperaturas muy bajas). O sea, los valores de θ_e se toman para que coincidan con lo de θ a $w_s = 0$.

Entonces, la temperatura equivalente T_e es la que tendría una parcela si toda su humedad se condensara (a presión cte, y todo el calor latente liberado calentara la parcela). Si luego además se aumenta la presión hasta 1000 mb, obtenemos la potencial equivalente θ_e .

Si miramos la definición de la temperatura de bulbo húmedo, vemos que parte del calor de la parcela es usado para evaporar agua líquida de una fuente de agua y agregar ese

vapor a la parcela hasta obtener su saturación. Como parte del calor de la parcela se usa para evaporar el agua líquida, la parcela se enfría hasta la temperatura T_w . Podemos estimar ese valor siguiendo un proceso en el Skew-T. Bajamos la T (y la p) adiabáticamente hasta que la parcela se satura (esto es en el NCA), esto es a T_c y p_c . Luego se la pone en contacto con una fuente agua y se la vuelve a comprimir hasta la presión inicial, manteniéndola siempre justo saturada. Por la compresión, la T aumentará, pero como parte del calor se usará para evaporar agua de la fuente para mantenerla saturada, el calentamiento será menor. El resultado es, por lo tanto, una temperatura menor a la que se obtendría si no se usara parte del calor para evaporar el agua, y casi coincidente con T_w . Si continuamos la compresión hasta $p = 1000$ mb, obtenemos θ_w .

Volviendo al ejemplo de la parcela a $p = 800$ mb de presión, con una temperatura de $T = 10^\circ\text{C}$ y una relación de mezcla de $w = 4 \text{ g kg}^{-1}$, usando el Skew-T vemos que:

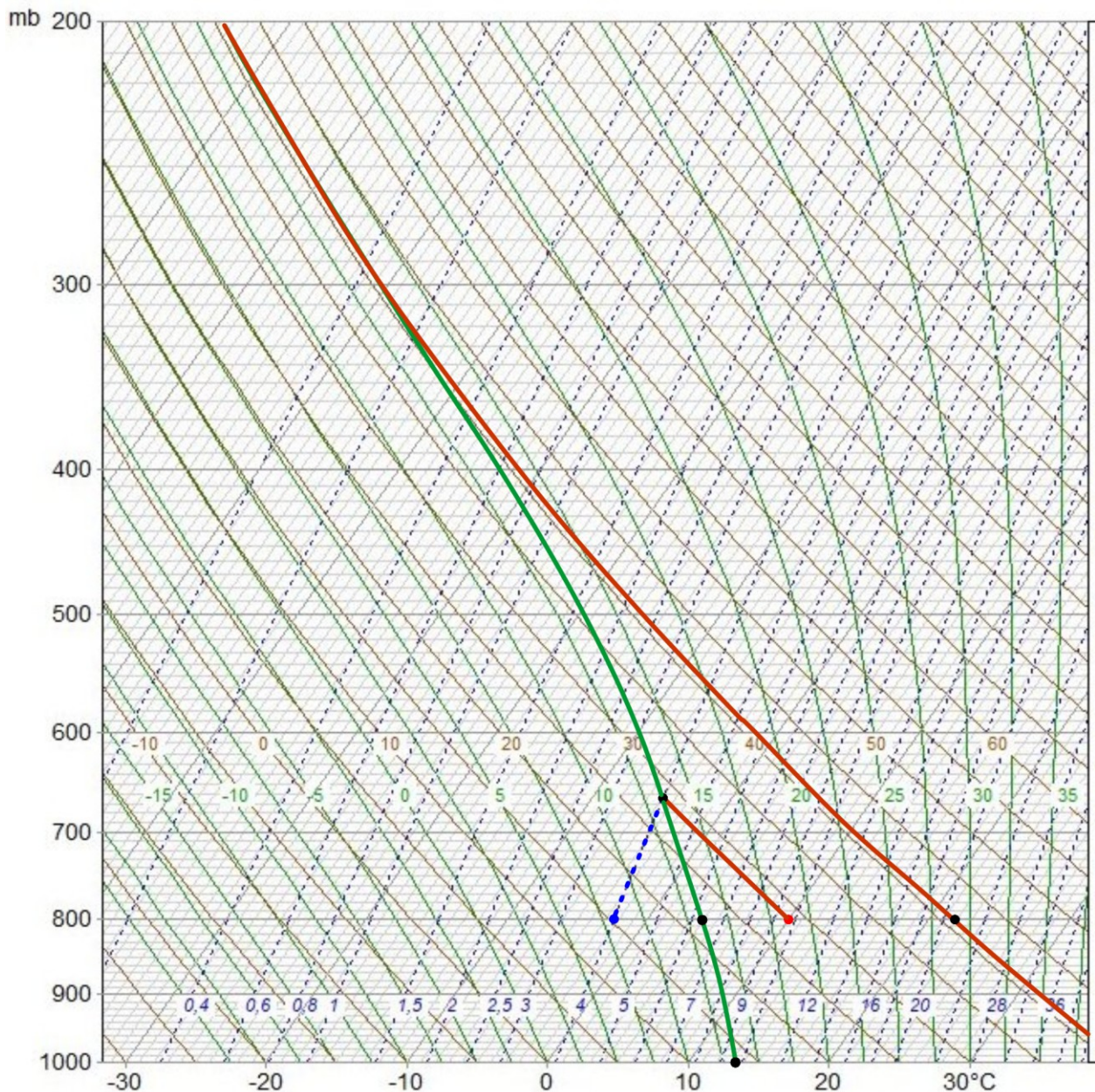
$$\theta = 29^\circ\text{C}$$

$$\theta_e = 41^\circ\text{C}$$

$$T_e = 22^\circ\text{C}$$

$$T_w = 4^\circ\text{C}$$

$$\theta_w = 13.5^\circ\text{C}$$



PRÁCTICA

Respuestas de los ejercicios

2.1. $p = 1005 \text{ hPa}$

2.6. $e = 9 \text{ hPa}$

2.8. $e_s(T) = 2.56 \times 10^9 \text{ mb } e^{\frac{-5.42 \times 10^3 \text{ K}}{T}}$; $w_s(T, p) = \frac{1.59 \times 10^9}{p} \text{ mb } e^{\frac{-5.42 \times 10^3 \text{ K}}{T}}$; $H = 46.3\%$; $T_d = 6.45^\circ\text{C}$

2.10. $\theta_w = 14^\circ\text{C}$; $T_w = 11^\circ\text{C}$; $T = 20^\circ\text{C}$; $w = 5.7 \text{ g/kg}$

2.20. $T_v - T = 0.0038 \text{ T}$; corrección = 0.38% de T

2.39. 0.84%

2.40. $M_v = 0.14 \text{ g}$

2.41. $T_v = 33.6^\circ\text{C}$; $\rho_h = 1.15 \text{ kg/m}^3$

2.42. $e = 2.81 \text{ hPa}$; $T_v = 15.3^\circ\text{C}$

2.43. $w = 6 \text{ g/kg}$

2.44. 2.35%