MEDICIONES Y TEORÍA DE ERROR

1. MEDICIONES

1.1 MAGNITUDES Y UNIDADES

Como ya dijimos, la física es una ciencia experimental. Los experimentos requieren mediciones. Las propiedades de los cuerpos o sistemas que pueden ser medidas se denominan ***magnitudes***. Por ejemplo, dos magnitudes que describen a alguien como usted son su peso y estatura.

Al medir una cantidad, siempre la comparamos con un estándar de referencia. Si decimos que la mesada del laboratorio tiene una longitud de 4,5 m, queremos decir que es 4 veces y media más larga que una vara de 1 metro de largo. Dicho estándar define una unidad de la cantidad. El metro es una unidad de longitud; el segundo, es una unidad de tiempo; etc. Al describir una cantidad física con un número, siempre debemos especificar la unidad empleada; describir una distancia simplemente como “4,61” no tendría significado, porque no sabemos si son 4,61 metros o kilómetros o centímetros, etc.

Las mediciones exactas y confiables requieren unidades inmutables que los observadores puedan volver a utilizar en distintos lugares. El sistema de unidades empleado por los científicos e ingenieros en todo el mundo se llama Sistema Internacional (SI). Las ***magnitudes fundamentales*** son aquellas elegidas por convención, que permiten expresar cualquier otra magnitud en términos de ellas y son las siguientes: longitud, masa, tiempo, corriente eléctrica, temperatura e intensidad luminosa. Combinando las magnitudes fundamentales se obtienen todas las demás, a las cuales llamaremos ***magnitudes derivadas***. Por ejemplo, la velocidad es una magnitud que deriva de dividir el desplazamiento de un objeto por el intervalo de tiempo que tarda en desplazarse.

Aquí tres videos sobre las magnitudes fundamentales y derivadas.

Con el paso de los años, las definiciones de las unidades básicas han evolucionado. A continuación veremos esta evolución para algunas.

Longitud:

Cuando la Academia Francesa de Ciencias estableció el sistema en 1791, el metro se definió como una diezmillonésima parte de la distancia entre el Polo Norte y el Ecuador. Esta definición era poco práctica y difícil de duplicar con precisión, por lo que se ha ido refinando por acuerdo internacional.

En 1960 se estableció un estándar atómico para el metro, utilizando la longitud de onda de la luz anaranjada-roja emitida por átomos de kriptón (86Kr) en un tubo de descarga de luz. Usando este estándar de longitud, se comprobó que la rapidez de la luz en el vacío era de 299.792.458m/s. En noviembre de 1983, el estándar de longitud se modificó otra vez, de manera que la rapidez de la luz en el vacío fuera, por definición, exactamente de 299.792.458 m/s. El metro se define de modo que sea congruente con este número y con la definición del segundo (que se ve en el párrafo siguiente). Así, la nueva definición de metro (que se abrevia m) es la distancia que recorre la luz en el vacío en 1/299.792.458 segundos. Éste es un estándar de longitud mucho más preciso que el basado en una longitud de onda de la luz.

Tiempo:

En 1791 el segundo se definió como el tiempo que tarda un péndulo de 1 m de largo en oscilar de un lado a otro. Esta definición, como la original del metro, también era poco práctica y difícil de duplicar con precisión, así que también se ha ido refinando por acuerdo internacional. De 1889 a 1967, la unidad de tiempo se definió como cierta fracción del día solar medio (el tiempo promedio entre llegadas sucesivas del Sol al cenit). El estándar actual, adoptado en 1967, es mucho más preciso; se basa en un reloj atómico que usa la diferencia de energía entre los dos estados energéticos más bajos del átomo de cesio. Al bombardearse con microondas de cierta frecuencia exacta, el átomo de cesio sufre una transición entre dichos estados. Un segundo se define como el tiempo que tardan 9.192.631.770 ciclos de esta radiación de microondas.

Masa:
El estándar de masa, el kilogramo (que se abrevia kg), se define como la masa de un cilindro de aleación platino-iridio específico que se conserva en la Oficina Internacional de Pesos y Medidas en Sèvres, cerca de París. Un estándar atómico de masa sería más fundamental; sin embargo, en la actualidad no podemos medir masas a escala atómica con tanta exactitud como a escala macroscópica.

1.1.1 Prefijos de unidades.

Una vez definidas las unidades fundamentales, es fácil introducir unidades más grandes y más pequeñas para las mismas cantidades físicas. En el sistema métrico, estas otras unidades siempre se relacionan con las fundamentales (o, en el caso de la masa, con el gramo) por múltiplos de 10 o de $\frac{1}{10}$.

Ejemplos:

$$1 \text{ kilómetro} = 1\text{km} = 1000 \text{ metros} = 10^3\text{metros} = 1\text{x}10^3\text{m},$$

$$1 \text{ centímetro} = 1\text{cm} = 0{,}01 \text{ metros} = \frac{1}{100}\text{ m} = 10^{-2}\text{m} = 1\text{x}10^{-2}\text{m}$$

Es común expresar los múltiplos de 10 o de $\frac{1}{10}$ en notación exponencial, como se observa en el último término de la igualdad anterior, a esta forma de expresar una cantidad se le llama ***notación científica***.

Al calcular con números muy grandes o muy pequeños, es mucho más fácil indicar las cifras significativas usando notación científica. La distancia de la Tierra a la Luna es aproximadamente de 384.000.000 m, pero esta forma del número no es práctica en ciencia. En vez de ello, movemos el punto decimal ocho lugares a la izquierda (que equivale a dividir entre $1\text{x}10^8$) y multiplicamos por $1\text{x}10^8$. Es decir, 384.000.000 m = $3{,}84 \text{ x } 10^8$ m.

Volvamos al tema de los prefijos, como se puede observar también, los nombres de las unidades adicionales se obtienen agregando un ***prefijo*** al nombre de la unidad fundamental. Por ejemplo, el prefijo "kilo", abreviado K, siempre indica una unidad 1000 veces mayor.

Veamos algunos ejemplos del uso de múltiplos de 10 y sus prefijos con las unidades de longitud, masa y tiempo:

1 nanómetro = 1 nm = $1\text{x}10^{-9}$ m (varias veces el tamaño del átomo más grande)
1 micrómetro = 1 µm = $1\text{x}10^{-6}$ m (tamaño de algunas bacterias y células vivas)

1 miligramo = 1 mg = $1\text{x}10^{-3}$ g = $1\text{x}10^{-6}$ kg (masa de un grano de sal)
1 gramo = 1 g = $1\text{x}10^{-3}$ kg (masa de un sujetador de papeles)

1 nanosegundo = 1 ns = $1\text{x}10^{-9}$ s (tiempo en que la luz recorre 0.3 m)

1 microsegundo = 1 ms = 1x10^{-6} s (tiempo en que un transbordador espacial en órbita recorre 8 mm)

A continuación se da una tabla con todos los prefijos:

Prefijos para potencias de 10

Potencia de 10	Prefijo	Abreviatura
10^{-24}	yocto-	y
10^{-21}	zepto-	z
10^{-18}	atto-	a
10^{-15}	femto-	f
10^{-12}	pico-	p
10^{-9}	nano-	n
10^{-6}	micro-	μ
10^{-3}	mili-	m
10^{-2}	centi-	c
10^{3}	kilo-	k
10^{6}	mega-	M
10^{9}	giga-	G
10^{12}	tera-	T
10^{15}	peta-	P
10^{18}	exa-	E
10^{21}	zetta-	Z
10^{24}	yotta-	Y

1.1.2 Consistencia y conversión de unidades

Usamos ecuaciones para expresar las relaciones entre cantidades físicas representadas por símbolos algebraicos. Cada símbolo algebraico denota siempre tanto un número como una unidad. Toda ecuación siempre debe ser dimensionalmente consistente. No podemos sumar manzanas y automóviles; sólo podemos sumar o igualar dos términos si tienen las mismas unidades. Por ejemplo, si un cuerpo que viaja con rapidez constante v recorre una distancia d en un intervalo de tiempo Δt, estas cantidades están relacionadas por la ecuación:

$$d = v * \Delta t$$

Por ejemplo, d podría representar una distancia de 10m, Δt un intervalo de tiempo de 5s y v una rapidez de 2 m/s. Si d se mide en metros, entonces el producto $v*\Delta t$ también debe expresarse en metros:

$$10\,m = 2\frac{m}{s} * 5\,s$$

Cuando un problema requiera de cálculos con números y unidades, siempre escriba los números con las unidades correspondientes, como en el ejemplo. Esto es muy útil, pues ayuda a verificar los cálculos. Si en algún momento una ecuación o expresión tiene unidades inconsistentes, hay un error en alguna parte.

Ejemplo:

El récord mundial oficial de rapidez terrestre es de 1228.0 km/h, establecido por Andy Green el 15 de octubre de 1997 en el automóvil con motor a reacción *Thrust SSC*. Exprese esta rapidez en metros/segundo.

SOLUCIÓN

IDENTIFICAR Y PLANTEAR: Queremos convertir las unidades de rapidez de km/h a m/s.

EJECUTAR: El prefijo k indica 10^3, por lo que la rapidez 1228.0 km/h = 1228.0×10^3 m/h. Sabemos también que hay 3600 s en 1 h, así que debemos combinar la rapidez de 1228.0×10^3 m/h y un factor de 3600.

Pero, ¿debemos multiplicar por este factor o dividir entre él? Si tratamos el factor como número sin unidades, tendríamos que adivinar para continuar.

El enfoque correcto es incluir las unidades en el factor, el cual acomodaremos a modo de eliminar la unidad de horas:

$$1228.0\ \mathrm{km/h} = \left(1228.0 \times 10^3 \frac{\mathrm{m}}{\cancel{\mathrm{h}}}\right)\left(\frac{1\ \cancel{\mathrm{h}}}{3600\ \mathrm{s}}\right) = 341.11\ \mathrm{m/s}$$

Si multiplicáramos por (3600 s)/(1 h) en vez de (1 h)/(3600 s), las horas no se cancelarían, y sería fácil detectar el error. De nuevo, la

Video: Magnitudes y Unidades

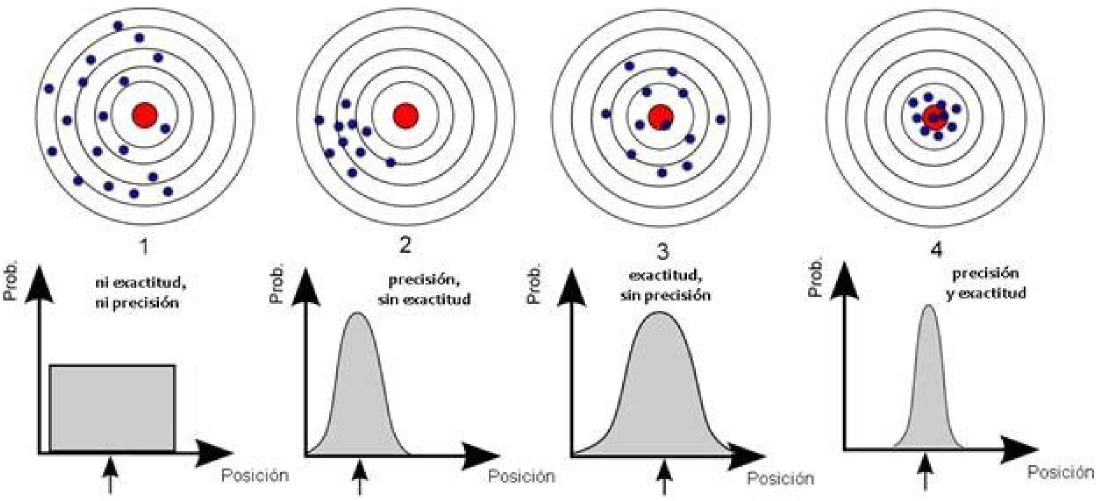
1.2 APRECIACIÓN, ESTIMACIÓN Y ÓRDENES DE MAGNITUD

Hemos destacado la importancia de conocer la exactitud de los números que representan cantidades físicas. No obstante, a menudo incluso una estimación burda de una cantidad puede darnos información útil. A veces sabemos cómo calcular cierta cantidad, pero tenemos que estimar los datos necesarios para el cálculo. O bien, el cálculo sería demasiado complicado para efectuarse con exactitud, así que lo aproximamos. En ambos casos, nuestro resultado es una estimación, pero nos serviría aún si tiene un factor de incertidumbre de dos, diez o más. Con frecuencia, tales cálculos se denominan estimaciones de orden de magnitud. El gran físico italo-estadounidense Enrico Fermi (1901-1954) los llamaba “cálculos del reverso de un sobre”.

1.2.1 Precisión y Exactitud

Por último, cabe señalar que ***exactitud no es lo mismo que precisión***. Un reloj digital barato que indica que la hora es 10:35:17 A.M. es muy preciso (la hora se da con segundos); pero si el reloj está atrasado varios minutos, el valor no será muy exacto. Por otro lado, un reloj de pared puede ser muy exacto (dar la hora correcta) pero, si no tiene segundero, no será muy preciso. Una medición de alta calidad, es tanto precisa como exacta.

Esta diferencia esta claramente evidenciada en el siguiente gráfico. Básicamente la exactitud de un proceso de medición de una variable física, está determinada cuan cerca está el valor mas probable (obtenido a través del promedio) del valor verdadero (Caso 3 y 4 son ejemplos de mediciones exactas). En cambio la precisión está referida a la dispersión (estimada con la desviación estandar, que se verá más adelante en este apunte) de los valores alrededor del valor mas probable (Casos 2 y 4 son ejemplos de mediciones precisas).



1.3 EL PROCESO DE MEDICIÓN.

La medición está íntimamente relacionada a la experimentación científica. Las leyes de las ciencias experimentales se expresan en término de cantidades físicas, tales como la fuerza, la temperatura, la velocidad, la densidad, el campo magnético y la carga. Estas cantidades requieren de una definición clara, y de un método para medirlas.

La medición es una técnica por medio de la cual se asigna un número a una magnitud física, a través de la comparación entre la cantidad considerada y otra de la misma especie elegida como unidad de medida o patrón.

Medir no representa en la mayoría de los casos una tarea sencilla. Requiere definir y ejecutar correctamente tres pasos: saber *qué* es lo que se va a medir, decidir *cómo* se va a medir y *con qué* elementos se va a medir. Pueden distinguirse tres sistemas involucrados en el proceso de medición:

1. Sistema objeto (qué): la magnitud a medir.
2. Sistema de medición (con qué elementos): el instrumento que utilizamos para medir.
3. Sistema de comparación o referencia (cómo): la unidad empleada, con su definición y su patrón.

Ejemplo: Si se desea medir el largo de una mesa, el instrumento de medición podría ser una regla. Eligiendo el Sistema Internacional de Unidades (SI), la unidad será el metro y la regla a usar deberá estar calibrada en esa unidad o submúltiplos. La medición consistirá en determinar cuantas veces la regla y fracciones de ella entran en la longitud buscada.

El proceso, a ser efectuado por el observador, puede ser definido unívocamente en dos pasos:
I. Calibración: involucra el sistema de medición y el sistema de comparación.
II. La medición propiamente dicha: involucra el sistema objeto y el sistema de medición.
Una parte importante de la medición es la determinación del error o el análisis de errores.

1.4 ERRORES EN EL PROCESO DE MEDICIÓN

En todo proceso de medición existen limitaciones dadas por los instrumentos usados, el método de medición y/o el observador que realiza la medición. Estas limitaciones generan una diferencia entre el valor real o verdadero de la magnitud y la cantidad obtenida para la misma luego de medir. Dicha diferencia se debe a la incerteza o el error en la determinación del resultado de una medición; esta es inevitable y propia del acto de medir. Entonces, no hay mediciones reales con error nulo.

Coloquialmente, es usual el empleo del término error como análogo o equivalente a equivocación. En ciencia e ingeniería, el error está más bien asociado al concepto de incerteza (también llamada inexactitud o incertidumbre) en la determinación del resultado de una medición. Por ello se dice que se conoce el valor de una magnitud dada en la medida en que se conocen sus errores. Con la indicación del error de medición se expresa, en forma cuantitativa y lo más precisamente posible, las limitaciones introducidas en la determinación de la magnitud medida.

Como consecuencia de la existencia de diferentes fuentes de error, el científico se plantea hasta qué punto los resultados obtenidos son fiables, esto es, dignos de confianza. Por ello, al resultado de una medida se le asocia un valor complementario que indica la calidad de la medida o su grado de precisión. Existen tres maneras de cuantificar e informar el error de medición: el *Error absoluto*, el *Error Relativo* y el *Error Relativo Porcentual.*

Se define el **error absoluto ΔE**, como la diferencia entre el resultado de la medida M y el verdadero valor M_0 de la magnitud a medir

$$\Delta E = M - M_0$$

En sentido estricto esta definición no es aplicable a medidas físicas propiamente, ya que el valor exacto de una magnitud jamás lo conoceremos. Por esta razón se toma como M_0 el valor que más se aproxima al verdadero, es decir, el valor medio obtenido al repetir varias veces la misma medida.

El **Error Relativo ER** es el cociente entre el error absoluto ΔE y el verdadero valor, que como dijimos se toma como el valor medio.

$$ER = \frac{\Delta M}{M_0}$$

El **Error Relativo porcentual** es el ER expresado en tanto por ciento, su expresión es:

$$ER(\%) = ER * 100\%$$

Video: Formas de expresar el error

1.4.1 Calidad de la medición

Una medida es más exacta y por lo tanto de mejor calidad cuanto menor sea su error absoluto ΔE. Si se ha medido la misma magnitud usando dos instrumentos distintos, la "comparación" del error absoluto indica cuál es la de mayor calidad. Pero si se quiere comparar la calidad de una dada magnitud (longitud) pero de distinta especie como diámetro y altura, o bien dos magnitudes distintas, se debe recurrir sus respectivos errores relativos, ER, o los errores relativos porcentuales, ER(%).

Ejemplo 1: Para determinar las dimensiones de una pieza rectangular de algunos centímetros de espesor se utilizan los siguientes instrumentos:
• una regla calibrada, apreciación de hasta 1 mm (ó 0,5 mm en el mejor de los casos);
• un calibre, apreciación de al menos 0,1 mm (ó 0,02 mm si dispone de vernier);
• un micrómetro, que permitirá llegar hasta 0,01 mm.
Como se utilizan tres instrumentos diferentes para medir la misma magnitud surge la pregunta sobre ¿cuál de los valores obtenidos es de mejor calidad?.
La calidad de la medida se puede "cuantificar" mediante el error absoluto de la medición o, lo que es lo mismo en estos casos, la apreciación del instrumento. Cuanto menor, en valor absoluto, sea la apreciación mayor calidad tendrá la medición. Por tanto, la medición realizada con el micrómetro es la

de mejor calidad.

Ejemplo 2: Se ha medido el diámetro D de un cilindro con un calibre de 0,02 mm de precisión y su altura H con una regla de apreciación 0,5 mm.

	D = (15,34±0,02)mm	H = (537,1±0,5)mm
Error absoluto	ΔD = 0,02mm	ΔH = 0,5mm
Error relativo	$ER_D=\frac{\Delta D}{D}=\frac{0{,}02\,mm}{15{,}34\,mm}=0{,}001$	$ER_H=\frac{\Delta H}{H}=\frac{0{,}5\,mm}{537{,}1\,mm}=0{,}0009$
Error relativo porcentual	$ER_D(\%)$ = 0,001*100% = 0,1%	$ER_H(\%)$ = 0,0009*100% = 0,09%

Observamos que ΔD < ΔH lo que indica que el calibre mide longitudes con más exactitud que la regla, aunque $ER_D(\%) > ER_H(\%)$ significa que la medida de la altura hecha con la regla es de mejor calidad que la medida del diámetro hecha con el calibre.

1.5 RESULTADOS DE LA MEDICIÓN

El resultado de cualquier proceso de medición se compone del valor medido (valor o medida de la magnitud en cuestión), de un símbolo que representa la unidad y del error que indica la "exactitud" con que se conoce el valor medido. Con lo cual, el resultado de una medición queda expresado de la siguiente forma:

$$X = (X_m \pm \Delta X)\ [u]$$

donde *X* es la magnitud que se desea medir o conocer; X_m es el valor medido; ΔX es el error absoluto o incerteza (indica la exactitud con que se conoce el valor medido) y [u] es la unidad de medida empleada.

Entonces, por medir se entiende conocer el valor de una magnitud y conocer también el error con que se la mide en la unidad seleccionada.

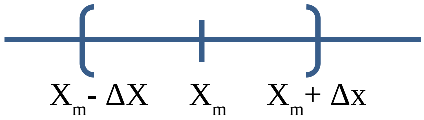
1.5.1 Intervalo de Incerteza

Como hemos venido diciendo, todas las cantidades físicas se miden, inevitablemente, con algún grado de incertidumbre, ya sea por las imperfecciones de los instrumentos de medida, por fluctuaciones estadísticas incontroladas durante el proceso de medición o por a las limitaciones de nuestros sentidos. Por lo tanto, los resultados de las medidas nunca se corresponden con los valores reales, sino que, en mayor o menor extensión, son defectuosos, es decir, están afectados de error.

La interacción entre el sistema físico y el aparato de medida constituye la base del proceso de medida; pero dicha interacción perturba en cierto grado las condiciones en las que se encontraba el sistema antes de la medida. Así, cuando se desea medir la tensión eléctrica existente entre dos puntos de un circuito con un voltímetro, una parte de la corriente se desvía por el aparato de medida, con lo que el sistema a medir queda ligeramente perturbado. De igual modo, al medir una temperatura con un termómetro se está provocando un intercambio de calor entre el termómetro y el sistema hasta que se alcanza el equilibrio térmico. En un cierto grado, el valor de la temperatura a medir se ha visto modificado al hacer intervenir el aparato de medida. En el ámbito de la física macroscópica tal perturbación, cuando existe, es controlable y puede reducirse hasta considerarse despreciable mediante un diseño adecuado del aparato de medida.

En conclusión, las cantidades físicas no se pueden expresar como un número real; sino como un intervalo.

Se dice que hay concordancia entre las predicciones teóricas de una hipótesis, modelo o teoría y los resultados de una medición, cuando ambos valores coinciden dentro de un rango definido por el error de medición. El error "ΔE" define alrededor del valor medido un intervalo de incerteza igual al doble del error (2*ΔE). Es decir, indica una zona dentro de la cual está comprendido el verdadero valor de la magnitud:



1.6 CLASIFICACIÓN DE LOS ERRORES DE MEDICIÓN

Los errores pueden clasificarse según su naturaleza como:

* Los **errores sistemáticos (o sesgo)** son errores inherentes al procedimiento de medición. Se deben en general a imperfecciones del instrumento, a la aplicación de un método erróneo, a la acción permanente de una causa exterior, etc. Actúan siempre con el mismo signo; por lo tanto, al reiterar las observaciones sus efectos se suman. Por ejemplo, un instrumento descalibrado repetirá, si se mide varias veces en las mismas condiciones, el mismo error con el mismo signo; es posible eliminarlo contrastando el instrumento con un patrón (esto es, calibrándolo). Estos errores son generalmente previsibles y pueden ser acotados, ya sea por la aplicación de correcciones o por dispositivos especiales del instrumento.

* Los **errores casuales o aleatorios** se deben a perturbaciones que provienen de fuentes de error independientes e imposibles de detectar. Dan lugar a desviaciones pequeñas positivas y negativas, siendo más frecuentes cuanto más pequeña es la desviación. Este tipo de errores se acotan mediante un tratamiento estadístico.

1.7 ORIGEN DE LOS ERRORES

Independientemente de la naturaleza de los errores, estos pueden deberse a causas que pueden clasificarse de la siguiente manera:
• <u>Errores debidos al observador</u>: son los que se atribuyen a un defecto en las percepciones sensoriales del observador (como por ejemplo mala visión) o a la posición incorrecta del mismo para observar la experiencia (a este se le llama error de paralaje cuando la lectura se hace sobre una escala graduada).
• <u>Errores debidos al instrumento</u>: estos errores dependen del instrumento utilizado y pueden dividirse en:
a) Defecto de construcción de escala o un corrimiento permanente de la misma: se corrigen con una correcta calibración.
b) Deficiencias de construcción o desgastes: estos errores los poseen todos los instrumentos y son muy difíciles de detectar (se pueden acotar con un correcto mantenimiento del aparato).

c) Limitaciones propias del sistema de lectura: este tipo de error se entiende mejor con ejemplos: el grosor de la aguja indicadora o el espesor de la línea de división de la escala en un instrumento analógico.
• Errores debido al modelo físico elegido: son aquellos que provienen de las aproximaciones realizadas al modelar la realidad con fundamentos teóricos. Por ejemplo, para calcular el período de un péndulo se asume que este es puntual, el hilo es de masa despreciable y los ángulos pequeños.
• Errores causados por el propio acto de medición: estos errores se deben a que todas las veces que un experimentador hace una observación altera el fenómeno que esta estudiando. Por ejemplo, cuando se mide la presión de un neumático con un manómetro, se libera algo de aire alterando la presión a medir.

Estos errores se pueden disminuir tomando precauciones, pero nunca se puede eliminar completamente.

• Errores producidos por condiciones externas al proceso de medición: Este tipo de errores se deben a las condiciones ambientales en las cuales se realiza una experiencia. Son, en general, calculables en forma de correcciones para cada instrumento y para cada método de medida. Por ejemplo, en las determinaciones calorimétricas hay que tener en cuenta la cantidad de calor que absorben el calorímetro, el termómetro, el agitador, etc.; esta cantidad se conoce como equivalente en agua del calorímetro.

Video: Proceso de medición

1.8. MEDICIONES DIRECTAS E INDIRECTAS

Se llama ***medición directa*** cuando la operación de lectura se hace directamente en el instrumento de medición utilizado para medir cierta magnitud. Por ejemplo, son mediciones directas la determinación de una distancia con una escala métrica, la de un peso con una balanza y la de una intensidad de corriente con un amperímetro.

No siempre es posible realizar una medida directa, porque no disponemos del instrumento adecuado, porque el valor a medir es muy grande o muy pequeño, porque hay obstáculos de otra naturaleza, etc.

Una ***medición indirecta*** es aquella que se puede calcular o determinar realizando la medición de una variable o más distintas de la que se desea conocer pero relacionadas de alguna manera con ella. Por tanto, una medición indirecta es la que resulta de una ley física o una relación matemática que vincula la magnitud a medir con otras magnitudes medibles directamente. Así, el volumen de un cuerpo esférico, por ejemplo,

$$V = (4/3)\,\pi\, r^3$$

relaciona la magnitud V a medir con el radio de la esfera r, medible en forma directa con un calibre o un tornillo micrométrico.

1.8.1 ERROR EN UNA MEDICIÓN DIRECTA

Cuando se realiza una medición directa, el error final estará dado, generalmente, por el error de apreciación del instrumento (E_{ap}).

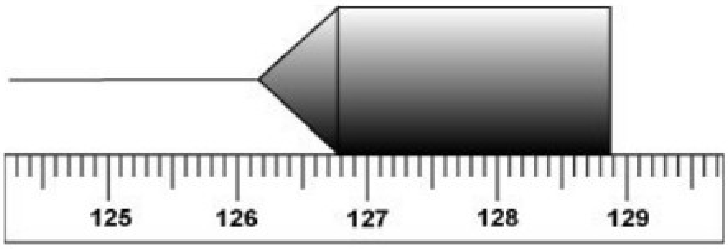
Si además durante el proceso de medición se comete un de método, por ejemplo, en el caso en que se mida el período de un péndulo con un cronómetro, al error de apreciación del cronómetro deberá sumarse el error del observador (cuyo valor varía entre 0,1s y 0,2s). Esto ocurre, en general, cuando una magnitud se mide una única vez donde el mejor valor será simplemente el valor medido y el error vendrá dado por el error de apreciación del instrumento más el error del método, más cualquier otro error que pudiera estimarse.

Denominaremos <u>Error Nominal</u> (EN) a la suma del Error de Apreciación y el Error del Método.
(En los casos en que ambos errores sean del mismo orden de magnitud, se hará efectivamente la suma; si dichos errores difieren entre sí n uno o más órdenes de magnitud, entonces se tomará sólo el mayor)

A continuación explicamos cómo estimar el error de apreciación del instrumento:

Error de apreciación

• **De escalas.**



Este es el error más común. Por ejemplo cuando medimos la longitud del objeto de la figura vemos que la medición está muy cerca de 128.9. Entonces el valor de confianza de la longitud puede expresarse de la siguiente manera:

L= 128.9cm ± 0.05cm

El primer término lo llamamos valor central, mientras que el segundo término es el error o la incerteza. La precisión de 0.1 cm es lo mejor que se puede lograr con el instrumento de medición (regla en este caso), el error de apreciación se estima como la mitad de la mínima escala del instrumento, es decir,

$$\Delta L = \frac{0{,}1\,cm}{2} = 0{,}05\,cm$$

• **En Instrumentos Digitales**

En los instrumentos digitales la lectura es directa como así también el valor central de la medición. Generalmente el valor de la precisión suele venir especificado por el fabricante en el instrumento. En caso que no tengamos este dato, la precisión es la mitad del valor del último dígito. Por ejemplo, para el caso de la figura, la balanza está marcando m = 138.2 g, el último dígito que puede medir es la décima de gramo (0.1g), entonces el error sería ± 0.05 g.

La forma correcta de indicar el valor de la medición es entonces: m = 138,2 g ± 0,05g

1.8.2 ERROR EN UNA MEDICIÓN INDIRECTA

En la mayoría de las mediciones físicas, se busca determinar cantidades que se obtienen mediante el cálculo, a partir de una o varias cantidades medidas directamente, dando así origen a un resultado indirecto. La estimación del error del resultado final a partir de los errores de las cantidades medidas directamente, se conoce como ***propagación del error***.

La fórmula que se utiliza para calcular la propagación del error en una magnitud Q que depende de otras magnitudes **x, y, z,** que son medibles directamente, es:

$$\Delta Q=\sqrt{\left(\frac{\partial Q}{\partial x}\right)^2\cdot(\Delta x)^2+\left(\frac{\partial Q}{\partial y}\right)^2\cdot(\Delta y)^2+\left(\frac{\partial Q}{\partial z}\right)^2\cdot(\Delta z)^2}$$

Esta expresión viene de considerar a la medida de **Q** como una función de las medidas de **x**, **y** y **z**, [Q(x,y,z)]. **ΔQ** representa el error que se comete al medir indirectamente la magnitud **Q**, **Δx** representa el error absoluto (estadístico, nominal, o la suma de los dos, según sus órdenes de magnitud) que se comete al medir la magnitud **x** y las expresiones como $\frac{(\partial Q)}{(\partial x)}$ representan la derivada parcial de la la función **Q** con respecto a la variable **x**. El concepto de derivada se ve en cálculo, aquí sólo utilizaremos una tabla para calcularlas operativamente. Calcular derivadas parciales con respecto a una variable (X), significa que el resto de las variables (y, z) se considerarán como constantes.

Veamos un ejemplo, se desea calcular la superficie de un terreno rectangular cuyos lados miden:
A=233,4 ±0,5m y B=13,4±0,1
La función que permite calcular la superficie depende de dos variables (A y B) y podemos escribirla como S(A,B)=A.B
El error en el cálculo de dicha superficie será entonces:

$$\Delta S=\sqrt{\left(\frac{\partial S}{\partial A}\right)^2(\Delta A)^2+\left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)^2(\Delta B)^2}$$

Entonces la derivada parcial de S con respecto de A se calcula suponiendo que B es constante y si miramos en la tabla de derivadas observaremos que la derivada de una variable por una constante es la constante; y lo mismo hacemos con B. Así obtenemos:

$$\left(\frac{\partial S}{\partial A}\right)=B \qquad \left(\frac{\partial S}{\partial B}\right)=A$$

y entonces: $\Delta S=\sqrt{(B)^2(\Delta A)^2+(A)^2(\Delta B)^2}$

Reemplace usted los valores correspondientes y calcule el error en la medición de la superficie.

Haga el ejercicio de calcular el error al medir la superficie de un círculo cuyo radio es R=0,5±0,01m

Video: Error en una medida indirecta

2. CIFRAS SIGNIFICATIVAS (c.s.)

Los científicos e ingenieros procuran que sus datos experimentales no digan más de lo que pueden decir ("asegurar") según las condiciones de medida en que fueron obtenidos. Por ello, ponen cuidado en el número de cifras con que expresan el resultado de una medición. El propósito de ello es incluir ***sólo aquellas que tienen algún significado experimental***. Tales cifras reciben el nombre de ***cifras significativas***. Una cifra es significativa cuando se la conoce con una exactitud aceptable. Así, cuando se mide con un termómetro que aprecia hasta 0,1 °C no tiene ningún sentido que se escriban resultados, por ejemplo, del tipo 36,25 °C o 22,175 °C. Esto es, la cantidad de decimales después de la coma esta relacionada con la exactitud del instrumento (y ***NO con la cantidad de dígitos que maneja una***

calculadora).

Las cifras significativas no tienen ninguna relación “fija” con la posición de la coma decimal; esto es, no tiene siempre que ser 1 o 2 lugares. La cantidad de decimales depende del instrumento utilizado para medir.

Una posible fuente de ambigüedad se presenta con el número de cifras significativas cuando se hace un cambio de unidades. El número de cifras significativas de un resultado es el mismo, cualquiera que sea la unidad en la que se lo exprese.

Dada una cantidad, la pregunta es ¿cuáles son cifras significativas?, a continuación van las ***Reglas de las Cifras Significativas***:

a) Los ceros a la izquierda no son c.s.: Cuando los ceros figuran como primeras cifras de un resultado no son considerados como cifras significativas. No indican exactitud en el resultado de la medición sino que indican el orden de magnitud de la unidad que acompaña al mismo.

Ejemplo: La longitud d de un objeto es medida con una regla que aprecia hasta el milímetro; la cantidad obtenida es de 3,2 cm. Este valor tiene dos c.s.. Ahora, se desea expresar dicho valor en metros, entonces:

$$d = 3{,}2 \text{ cm} = 0{,}032 \text{ m}$$

y el resultado sigue teniendo dos c.s.. Por esta razón es que se acostumbra a escribirlo recurriendo a las potencias de 10:

$$d = 3{,}2 \times 10^{-2} \text{ m.}$$

b) Los ceros a la derecha: Cuando los ceros figuran como últimas cifras de números enteros, ello no implica que deban ser considerados necesariamente como cifras significativas:

i. Significativos: Cuando los ceros figuran como parte verdadera de la medición.

Ejemplo: No es lo mismo escribir que algo pesa 1 kg (1 c.s.) que anotar que pesa 1,00 kg (3 c.s.). La primera magnitud implica haber realizado la medición con una balanza graduada en kilogramos y la segunda involucra una balanza graduada en centésimos de kilogramos. Por lo que la segunda es cien veces más exacta que la primera.

ii. No significativos: Cuando los ceros figuran como últimas cifras de números enteros, su única función es especificar la posición del punto decimal.

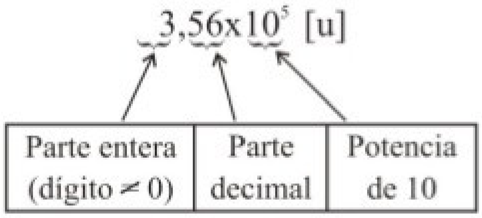
Ejemplo: Considérese el valor estándar de la velocidad de la luz: c = 300000000 m/s. Es razonable sospechar que las 9 cifras no sean significativas (ya que esto implicaría conocer la velocidad de la luz con una exactitud del orden de 1 m/s!). Expresando la cantidad de esa forma es imposible saber cuales son las c.s.. Podemos evitar esta ambigüedad utilizando la notación científica, por ejemplo, con 3 c.s.: $3{,}00 \times 10^{8}$ m/s.

2.1 NOTACIÓN CIENTÍFICA

Retomando los que vimos sobre notación científica, ahora lo aplicamos al número de cifras significativas con las que ase reporta una medida.

Una forma más compacta de escribir un resultado es expresarlo en su equivalente notación científica;

esto consiste en reescribirlo respetando el siguiente formato:



Las ventajas de esta notación son:
• es compacta.
• es simple operar con ella.
• sirve para realizar comparaciones de ordenes de magnitud.

2.2 EMPLEO DE CIFRAS SIGNIFICATIVAS

* Reglas para operaciones con cifras significativas:

Operación matemática	Cifras significativas en el resultado
Multiplicación o división	No más que en el número que tiene menos cifras significativas *Ejemplo:* $(0.745 \times 2.2)/3.885 = 0.42$ *Ejemplo:* $(1.32578 \times 10^7) \times (4.11 \times 10^{-3}) = 5.45 \times 10^4$
Suma o resta	Lo determina el número con mayor incertidumbre (es decir, el menor número de dígitos a la derecha del punto decimal) *Ejemplo:* $27.153 + 138.2 - 11.74 = 153.6$

Cuando se dispone de una calculadora electrónica parece como si fuese “correcto” o “más exacto” escribir los resultados con tantas cifras decimales como aparecen en pantalla, pero esto la mayoría de las veces carece de sentido.

Para expresar correctamente los resultados de operaciones aritméticas, mediante cifras significativas, es necesario tener en cuenta que ***dicho resultado no puede tener más decimales que el número de menor cantidad de decimales involucrado en la operación.***

* Reglas de aproximación de números:

Cuando se requiere acotar la parte decimal de un número hay que fijarse en el número de su derecha. Si éste es mayor que 5, entonces se redondea incrementando el “último” dígito significativo en +1. Si es menor o igual a 5, el “último” dígito significativo permanece sin cambio; es decir, no se modifica.

Ejemplo: Se desea encontrar cuál es la superficie S de una tira de papel. Se mide su longitud y su ancho utilizando una regla que aprecia hasta el milímetro y se obtienen 53,2cm y 4,1cm, respectivamente. Multiplicando ambos resultados para calcular la superficie resulta:

$$S = 53{,}2\text{cm} \times 4{,}1\text{cm} = 218{,}12\ \text{cm}^2$$

Pero, ¿cuántas de estas cifras son verdaderamente significativas?. Teniendo en cuenta que, el número de cifras significativas de un producto entre datos que corresponden a resultados de medidas experimentales no puede ser superior al de cualquiera de los factores, el resultado en rigor se debe escribe como

$$S = 220 \text{ cm}^2 \text{ (2 c.s.)}$$

Aquí un video para afirmar lo visto.

Video: Cifras significativas

3. TEORÍA ESTADÍSTICA DE ERRORES

En esta sección se estudia cómo minimizar la incidencia de los **errores casuales** en la medición de una magnitud que se repite N veces. Dado el carácter al azar de los errores casuales es claro que, al promediar los resultados, el promedio estará menos afectado por las desviaciones estadísticas que los valores individuales. Se asume que no se cometen errores groseros y que los sistemáticos han sido debidamente acotados de manera tal que, **los únicos errores a considerar sean los casuales**.

Para analizar la serie de N mediciones de una misma magnitud obtenida en igualdad de condiciones se emplea la Teoría Estadística. La idea es investigar la causalidad, y en particular, extraer alguna conclusión del efecto que algunos cambios en una de las variables (variables independientes) tienen sobre las otras (variables dependientes).

La teoría estadística se basa en los tres postulados de Gauss:

i) Dada una serie de mediciones x_1 , x_2 ,...., x_N , la mejor estimación de la magnitud medida o valor más probable de la misma es el promedio aritmético de todas las mediciones de esa cantidad efectuadas en las mismas condiciones:

$$\bar{x} = \frac{\sum_i x_i}{N}$$

Es decir, la media aritmética o promedio, de una cantidad finita de números, es igual a la suma de todos ellos dividida entre el número de sumandos.

ii) Es igualmente probable cometer errores del mismo valor numérico y distinto signo.

iii) En una serie de mediciones, es tanto más probable un error cuanto menor sea su valor absoluto. Es decir, los errores más pequeños son los más probables de cometer.

Se dice que la calidad de una medición será tanto mejor cuanto más parecidos sean entre sí los valores medidos, o dicho de otra forma, más parecidos al valor medio $\bar{x}$.

Otros conceptos útiles en el análisis de una serie de mediciones son la mediana y la moda. La mediana hace énfasis en el verdadero “centro” del conjunto de datos. En otras palabras, la mediana es el valor central de un conjunto de observaciones ordenado por magnitud creciente o decreciente. El propósito de la misma es reflejar la tendencia central de la serie de medidas de manera que no esté influenciada por los valores extremos. Mientras que la moda (M) es aquel valor que ocurre más a menudo o con mayor frecuencia. La moda puede no existir, y cuando existe no necesariamente es única.

3.1 ERROR ESTADÍSTICO EN UNA SERIE DE *N* MEDIDAS

Dada una serie donde se ha medido N veces la magnitud x, se define en primer lugar la desviación de la medición ε_i , la cual se mide respecto del valor medio x y no es más que la diferencia existente entre el valor i-ésimo medido y el valor más probable (o valor medio o promedio aritmético de la serie):

$$\varepsilon_i = \bar{x} - x_i$$

El problema aquí es que la sumatoria de la desviación ($\sum \varepsilon_i$) es cero; pero podemos calcular la sumatoria de las desviaciones al cuadrado ($\sum \varepsilon_i^2$) que representa la forma en que los valores individuales fluctúan alrededor del promedio. Pero esta última cantidad depende de N. Para independizarse de N es que se define la varianza (S) como el promedio de las desviaciones cuadráticas:

$$S = \frac{\sum_i \varepsilon_i^2}{N}$$

Es más común utilizar la raíz cuadrada de la varianza (S) que proporciona la distribución de las mediciones alrededor del valor más probable pero con la misma unidad que los datos originales. Dicha cantidad se denomina la dispersión ó ***desviación estándar*** ó error cuadrático medio ***(σ)***:

$$\sigma_x = \sqrt{S} = \sqrt{\frac{\sum_i (x_i - \bar{x})^2}{N}} \quad (^1)$$

La ***desviación estándar*** es una medida del grado de dispersión de los datos alrededor del valor promedio. Dicho de otra manera, la desviación estándar es simplemente el "promedio" o variación esperada con respecto de la media aritmética. Una desviación estándar grande indica que los puntos están lejos de la media, y una desviación pequeña indica que los datos están agrupados cercanos a la media. Se suele representar por la letra griega sigma (σ).

Éste será el estimador del error asociado a x y es llamado ***Error Estadístico (EE)*** y constituye una forma de estimar los *errores casuales o aleatorios*.

El **EE** nos da el orden de magnitud con el cuál el promedio habrá de fluctuar alrededor del "verdadero valor" de la magnitud en cuestión y se mantendrá casi constante cuando el número de observaciones es suficientemente grande. Cuanto más mediciones se hagan, tanto más se acercará el promedio al "verdadero valor" de la magnitud en cuestión, y la fluctuación será cada vez menor. Es por ello que el promedio es utilizado como ente representativo del valor más probable de una magnitud.

Resulta claro que, como el **EE** depende de N y es menor si se aumenta el número de mediciones, es posible disminuirlo ***pero nunca, desde el punto de vista físico, el error de x puede ser cero***. Sólo puede hacerse igual o del orden del **EN** (Error Nominal).

Ejemplo:
Supongamos que se desea medir el período (T) de oscilación de un péndulo. Ya dijimos que la mayor fuente de error nominal es el tiempo de reacción de observador, pero en este ejemplo nos dedicaremos a estimar sólo el error estadístico). Para ello se medirá T 5 veces y así el valor promedio de estas mediciones estará más cercano al verdadero valor que si se tomara una única medición. A continuación se muestra una tabla con los valores obtenidos:

1En algunos casos, para el cálculo de la desviación estandar se utiliza N-1 en lugar de N. Cabe destacar que esta diferencia es resultado de ciertas sutilezas matemáticas que exceden el alcance de este apunte.

Medición n° *i*	Valor de la medición (T_i)
i = 1	T_1 = 3,95 s
i = 2	T_2 = 3,57 s
i = 3	T_3 = 3,73 s
i = 4	T_4 = 3,41 s
i = 5	T_5 = 3,59 s

El **valor promedio** de las mediciones se calcula como:

$$\bar{T}=\frac{\sum_i T_i}{N}=\frac{3{,}95\,s+3{,}57\,s+3{,}73\,s+3{,}41\,s+3{,}59\,s}{5}=3{,}65\,s$$

Para estimar el **Error Estadísitico** usamos la **desviación estándar** (σ):

$$\sigma_T=\sqrt{\frac{\sum_i (T_i-\bar{T})^2}{(N-1)}}$$

$$\sigma_T=\sqrt{\frac{((3{,}95\,s-3{,}65\,s)^2+(3{,}57\,s-3{,}65\,s)^2+(3{,}73\,s-3{,}65\,s)^2+(3{,}41\,s-3{,}65\,s)^2+(3{,}59\,s-3{,}65\,s)^2)}{(5-1)}}$$

$$\sigma_T=0{,}20\,s$$

$$\boldsymbol{EE}=0{,}20\,s$$

Video: Errores aleatorios

3.2. ERROR FINAL EN UNA MEDICIÓN

Cuando se desea combinar los Errores Nominales (sistemáticos) con los Errores Estadísticos, la prescripción usual es sumar los cuadrados de los errores absolutos y luego tomar la raíz cuadrada de este resultado. Si se esta midiendo una magnitud Q, el su error final vendrá dado por la suma de los Errores Nominal y Estadístico al cuadrado:

$$\Delta Q=\sqrt{EN_Q^2+EE_Q^2}$$

A continuación algunos videos recomendados

https://www.youtube.com/watch?v=IKORqtgkC90

https://www.youtube.com/watch?v=hXBBBTbqWPY

3.3. HISTOGRAMA

Los histogramas son un método eficiente y común para describir distribuciones de variables continuas con un gran número de datos obtenidos experimentalmente (x_1 , x_2 ,..., x_N). Son representaciones precisas de la distribución de un conjunto de datos numéricos. Consisten en un gráfico de barras que se construye dividiendo el **rango** de los datos en intervalos (**bines**) iguales y contando cuántos datos caen dentro de cada intervalo. Sobre cada **bin** se dibuja un rectángulo cuya altura es proporcional a la cantidad de datos que caen dentro de cada **bin**. Los bines deben ser adyacentes y no deben superponerse. La gráfica constituye un despliegue visual de los datos que aporta, dando una idea de la forma que tiene la densidad de la variable x en estudio.

El eje vertical puede normalizarse dividiendo la cantidad de datos en cada bin por el número total de datos. En ese caso, el histograma muestra la **frecuencia relativa** de los datos.

Los pasos para la construcción de un histograma los veremos a través de un **ejemplo:** se tiene el siguiente conjunto de datos correspondiente a la altura en metros de 30 estudiantes de un curso:

Estudiante	Altura [m]	Estudiante	Altura [m]
1	1.82	16	1.83
2	1.79	17	1.78
3	1.80	18	1.80
4	1.79	19	1.79
5	1.83	20	1.76
6	1.82	21	1.78
7	1.77	22	1.88
8	1.75	23	1.83
9	1.72	24	1.76
10	1.94	25	1.74
11	1.79	26	1.81
12	1.67	27	1.79
13	1.78	28	1.75
14	1.78	29	1.78
15	1.79	30	1.79

Paso 1: Localizar los valores máximo y mínimo de las N observaciones. Calcular el ***Rango*** de los datos, esto es la diferencia entre el valor máximo (x max) y el valor mínimo (x min) de las observaciones:

El rango de los datos een nuestro ejemplo es entonces:

$$R = Alt_{Max} - Alt_{min} = 1{,}94\,m - 1{,}67\,m = 0{,}27\,m$$

Paso 2: Calcular la longitud del ancho del intervalo **Δx** necesaria para cubrir dicho rango. Esto se logra dividiendo el rango por √N o bien por el número de barras (bines) que se pretende tener:

En nuestro caso el numero de bines (**k**) sería:

$$k = \sqrt{N} = \sqrt{30} = 5{,}47 \approx 5$$

El ancho **Δx** de cada bin se determina dividiendo el rango en la cantidad de bines:

$$\Delta x = \frac{R}{k} = \frac{0{,}27\,m}{5} = 0{,}054\,m$$

Paso 3: Construir una tabla de intervalos – frecuencia (Δn). Cada intervalo corresponderá a una barra del gráfico cuya altura será, justamente, la cantidad de valores contenidos en él (Δn). La forma más usual de tomar los intervalos es como cerrado-abierto. El primer intervalo se construye tomando como punto inicial el valor mínimo de las observaciones y como punto final del mismo a la cantidad resultante de sumar x min + Δx. El segundo intervalo se construye tomando como valor de inicio el final del anterior y como final el inicial del mismo más Δx. Los demás intervalos se construyen de manera similar.

Por lo tanto, los límites de los bines para este ejemplo serán:

1,67	1,724	1,778	1,832	1,886	1,94

Luego, contar cuantos datos caen dentro de cada intervalo (frecuencia absoluta de valores) e ingresarlos en la tabla.

En nuestro caso sería contar cuántos estudiantes tienen una altura comprendida entre 1,67m y 1,724m. Es importante no colocar un mismo dato en 2 bines consecutivos. Es decir, si hubiera un estudiante cuya altura es 1,778m sería erróneo pensar que podríamos asignarlo al segundo intervalo comprendido entre 1,724 y 1,778 y al tercer intervalo comprendido entre 1,778 y 1,832. Lo correcto es asignarlo al tercero porque recordemos que los intervalos son cerrado-abierto, por lo tanto es el tercero el que contiene al valor 1,778.

El número de elementos en cada bin para el ejemplo anterior es:

2	6	20	1	1

Paso 4: Realizar la gráfica de la tabla construida mediante ejes ortogonales donde en el eje de las abscisas se colocan los intervalos y en el eje de las ordenadas las frecuencias correspondientes. Cuando la gráfica se realiza “a mano” es conveniente utilizar papel milimetrado.

En nuestro ejemplo, el histograma queda como se muestra en la figura 1:

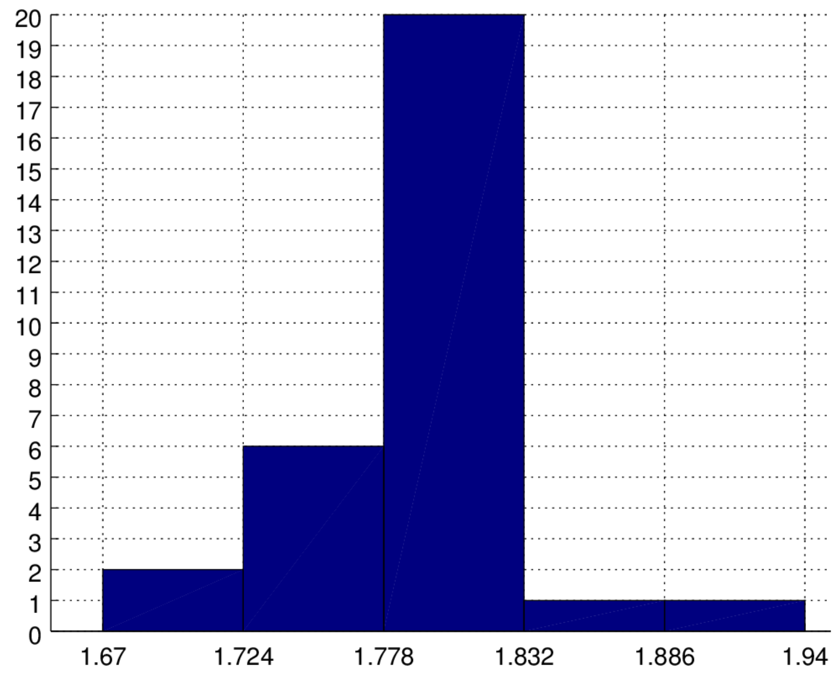


Figura 1: histograma.

Finalmente, si dividimos la cantidad de elementos en cada bin, por el total de datos, obtenemos las frecuencias relativas. La figura 2 muestra el **histograma normalizado**.

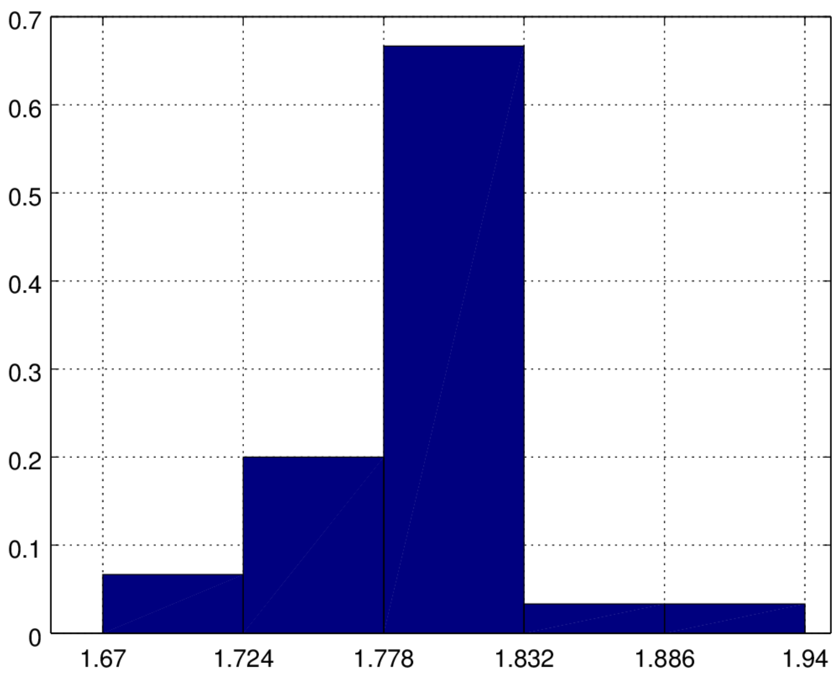


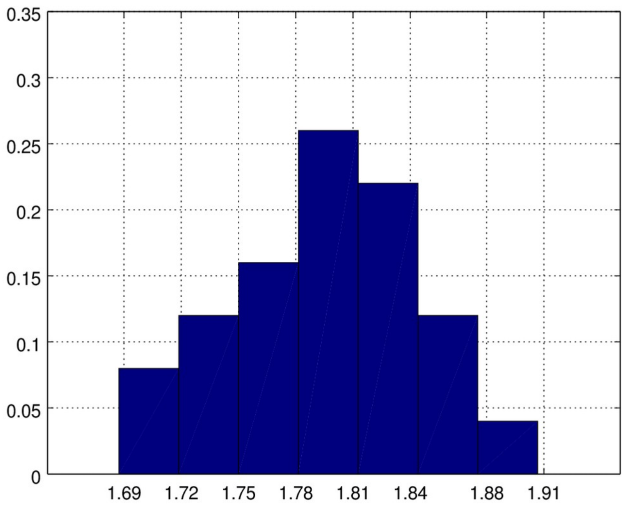
Figura 2: histograma normalizado.

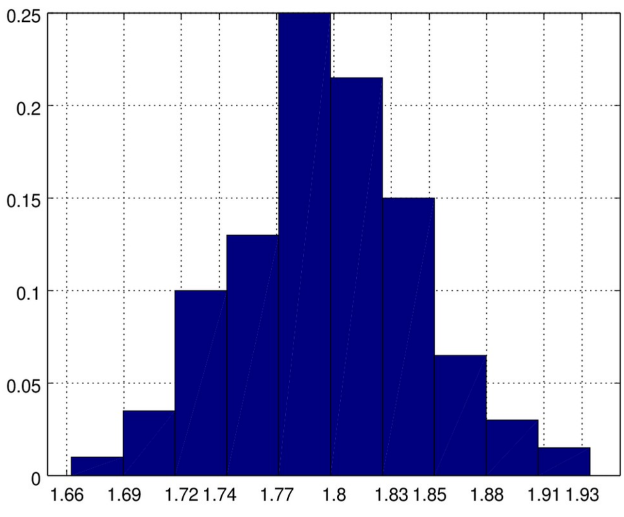
Video: Histograma

3.4. DISTRIBUCIÓN DE GAUSS

La experiencia muestra que, para todos los casos de errores casuales o aleatorios, el histograma correspondiente a la serie de N mediciones (x_1 , x_2 ,..., x_N) puede ser aproximado por una ***función*** continua bien definida y única, cuya forma es siempre la misma, dependiendo sólo de dos parámetros que podrán variar de caso en caso. Los datos están distribuidos alrededor del promedio $\bar{x}$, donde habrán muchos valores que estarán cerca del promedio y, otros menos en número, estarán lejos.

A continuación se muestran los histogramas para conjunto de datos con 50 muestras, 200 muestras y 1000 muestras (figura 3). Se puede observar que a medida que aumenta el número de datos, el histograma se aproxima a una función continua y bien definida.





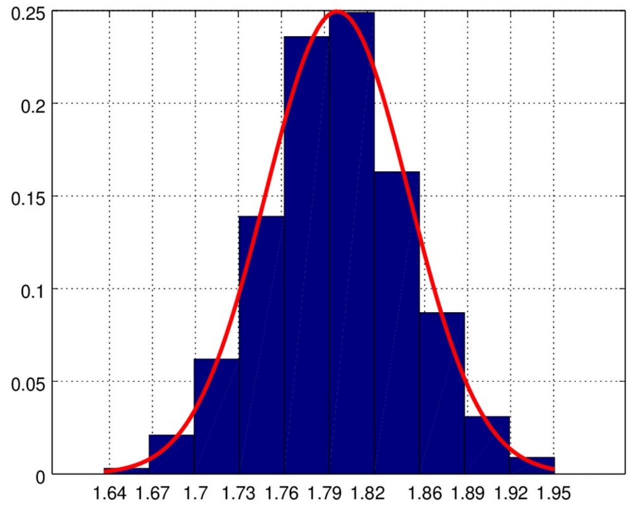
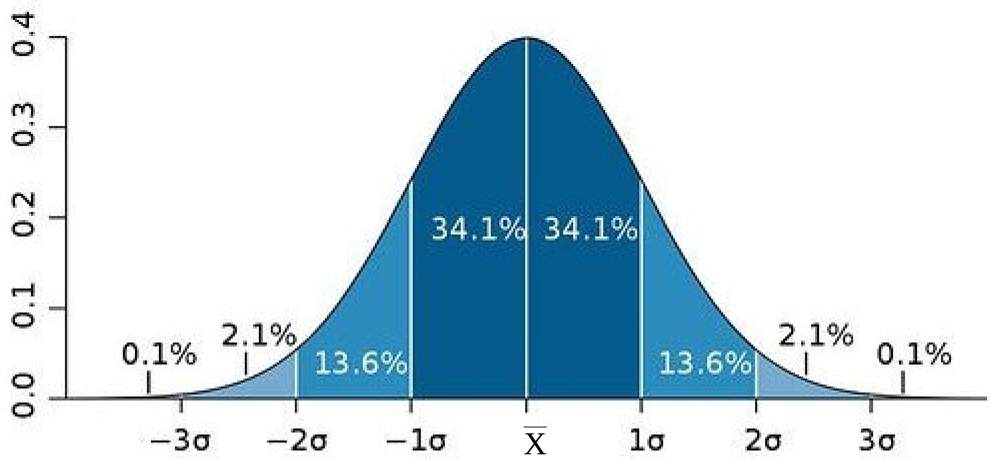


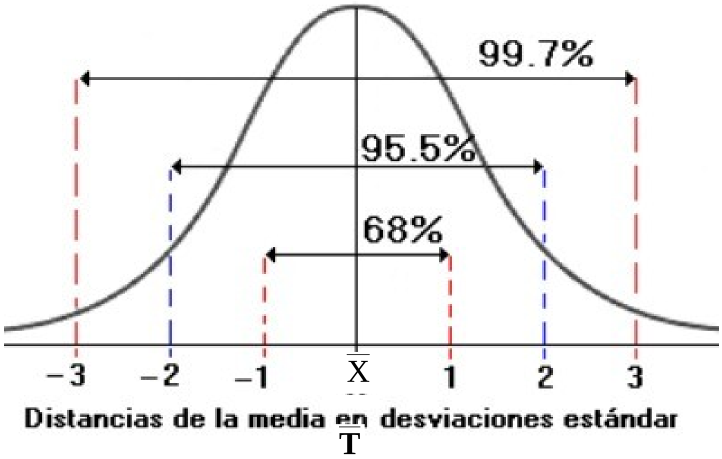
Figura 3: histograma para conjuntos de 50, 200 y 1000 datos con distribución normal de media igual a 1,80m y desviación estándar 0,05m.

La representación gráfica de dicha función llama ***curva de distribución de Gauss***. La distribución da el número de observaciones en función de x y es la integral del área bajo la curva.

La curva de Gauss presenta un máximo en $x = \bar{x}$, es simétrica respecto de ese valor medio presentando una forma de campana y sus puntos de inflexión son $x \pm \sigma$; tiende a cero a medida que el valor x se aleja del promedio.



Si bien es imposible predecir el valor exacto que saldrá de una medición dada, sí se puede decir algo sobre la probabilidad de que ese valor este comprendido en un intervalo dado. La predicción de estas probabilidades es la utilidad fundamental de la función de Gauss. La probabilidad de que el valor verdadero se encuentre dentro del intervalo $\bar{X} \pm 1.\sigma_T$ es del 68%; la probabilidad de que se encuentre dentro del intervalo $\bar{X} \pm 2.\sigma_T$ es del 96.5%, y la probabilidad de que se encuentre dentro del intervalo $\bar{X} \pm 3.\sigma_T$ es del 99.7 %. Dicha información se puede observar en el siguiente gráfico:



Retomando el ejemplo de la medición del período del péndulo, si tomamos el **Error Estadístico** como $1.\sigma_T$, tenemos EE_T = 0.20s.

Por otro lado estimamos el **Error Nominal**, compuesto por el **Error de Apreciación** del instrumento y el **Error del Método. O**bservando la tabla vemos que el instrumento con el que se está midiendo el tiempo tiene una precisión de la centésima de segundo (0,01s), es decir que el **EA** es $\frac{0{,}01\,s}{2}=0{,}005\,s$, y el **Error del Método**, que en este caso es el tiempo de reacción de la persona, el cual se estima en 0,2s, este error es dos órdenes de magnitud mayor que el de apreciación del instrumento, por lo tanto es el que define el **EN = 0,2s**

Por último, para reportar el error final de esta medición, comparamos el Error Nominal y el Error Estadístico, en este caso, ambos coinciden, entonces como son del mismo orden de magnitud, se suman:

$$\Delta T=\sqrt{EN_T^2+EE_T^2}=\sqrt{0{,}2^2+0{,}2^2}=0{,}28\,s$$

Finalmente el período del péndulo, debe expresarse de la siguiente forma:

$$T = 3{,}6s \pm 0{,}28s$$

Recordar, el error final de una medición se compone de la comparación del Error Nominal y el Error Estadístico, en cualquier experiencia deben estimarse ambos y elegir el mayor de ellos, si ambos fueran del mismo orden entonces deben sumarse.

Nota: Podés encontrar la lista completa de reproducción de los videos que los docentes de la FCEN hemos preparado para acompañarte en la lectura de este apunte siguiendo este enlace.