PRÁCTICA 3. Estabilidad estática y empuje hidrostático sobre una burbuja

3.2. Si la relación entre la densidad del número de átomos de oxígeno y la densidad del número de átomos de hidrógeno a una altura geopotencial de 200 km sobre la superficie de la Tierra es de 10^5, calcular la relación de las densidades numéricas de átomos de estos dos componentes a una altura geopotencial de 1400 km. Suponga una atmósfera isotérmica entre 200 y 1400 km, con una temperatura de 2000 K.

3.3. Calcular la altura geopotencial de la superficie de presión de 1000 hPa cuando la presión a nivel del mar es de 1014 hPa. La altura de escala de la atmósfera puede tomarse como 8 km.

3.4. (a) Calcular el espesor de la capa entre las superficies de presión 1000 y 500 hPa (a) en un punto en los trópicos donde la temperatura virtual media de la capa es de 15 °C y (b) en un punto en las regiones polares donde la temperatura virtual media correspondiente es de –40 °C.

3.11. Una parcela de aire no saturada tiene densidad ρ' y temperatura T', y la densidad y temperatura del aire ambiente son ρ y T. Derivar una expresión para la aceleración vertical de la parcela de aire en términos de T, T', y ρ.

3.12. La parcela de aire en la Fig. 3.12a se desplaza hacia arriba de su nivel de equilibrio en $z' = 0$ por una distancia z' a un nuevo nivel donde la temperatura ambiente es T. Luego se la deja libre. Obtenga una expresión que describa el desplazamiento vertical posterior de la parcela de aire en función del tiempo en términos de T, el gradiente vertical del aire ambiente (γ), y el gradiente adiabático seco (Γ).

3.13. Una capa de aire no saturado fluye sobre terreno montañoso en el que las cumbres están separadas 10 km entre sí en la dirección del flujo. El gradiente vertical es de 5 °C km^{-1} y la temperatura es de 20 °C. Para qué valor de velocidad del viento U, el período del forzante orográfico (es decir, inducido por el terreno) coincidirá con el período de la oscilación de flotabilidad?

3.24. Utilizando la ecuación hipsométrica muestre que la presión disminuye con la altura en alrededor de 1 hPa por cada 15 m en el nivel de 500 hPa. Considere una $\overline{T_v}$ de ~253 K a 500 hPa.

3.25. Un barómetro aneroide barato a bordo de un radiosonda se calibra a presión de superficie cuando el globo parte de la tierra, pero experimenta una desviación sistemática hacia lecturas erróneamente bajas de presión. En el momento en que alcanza el nivel de 500 hPa, la lectura está 5 hPa por debajo del valor real (es decir, se lee 495 hPa cuando debería leerse 500 hPa). Estimar el error resultante en la altura de 500 hPa. Asumir una temperatura superficial de 10 °C y un gradiente vertical de temperatura promedio de 7 °C km^{-1}. Suponga que el radiosonda se libera desde el nivel del mar y que el error en la lectura de la presión es proporcional a la altura del radiosonda sobre el nivel del mar (que, a partir de la ecuación hipsométrica, hace que sea casi proporcional a ln p). Además, suponga que el descenso medio de la presión con la altura es 1 hPa por cada 11 m de ascenso entre el nivel del mar y 500 hPa.

3.26. Un huracán con una presión central de 940 hPa está rodeado por una región con una presión de 1010 hPa. La tormenta se encuentra sobre una región del océano. En 200 hPa la depresión en el campo de presión desaparece (es decir, la superficie 200 hPa es perfectamente plana). Calcular la diferencia media de temperatura entre el centro del huracán y sus alrededores en la capa entre la superficie y 200 hPa. Suponga que la temperatura media de la capa exterior del huracán es de -3 °C e ignore la corrección de la temperatura virtual.

3.27. Una estación meteorológica se encuentra a 50 m por debajo del nivel del mar. Si la presión superficial en esta estación es de 1020 hPa, la temperatura virtual en la superficie es de 15 °C y la temperatura virtual media de la capa 1000-500 hPa es de 0 °C, calcule la altura del nivel de presión de 500 hPa por encima del nivel del mar en esta estación.

3.28. La capa 1000-500 hPa se somete a una fuente de calor que tiene una magnitud de $5{,}0\times10^{6}$ J m^{-2}. Suponiendo que la atmósfera está en reposo (aparte de los ligeros movimientos verticales asociados con la expansión de la capa) calcular el aumento resultante de la temperatura media y del espesor de la capa.

3.29. Se prevé que el espesor 1000-500 hPa aumentará de 5280 a 5460 m en una estación determinada. Suponiendo que el gradiente vertical de T permanece constante, ¿qué cambio en la temperatura superficial podría predecir?

3.30. Derivar una relación entre la altura de una superficie de presión dada (p) en términos de la presión p_0 y la temperatura T_0 a nivel del mar, suponiendo que la temperatura disminuye de manera uniforme con la altura a una tasa Γ (K km^{-1}).

3.31. Un caminante calibra su altímetro barométrico a lectura correcta al inicio de una caminata durante la cual sube desde el nivel del mar hasta una altitud de 1 km en 3 hs. Durante este mismo intervalo de tiempo la presión a nivel del mar se reduce en 8 hPa debido a la llegada de una tormenta. Estimar la lectura del altímetro al final de la caminata.

3.49. (a) Mostrar que cuando una masa de aire seco a temperatura T' se mueve de forma adiabática en el aire ambiente con temperatura T, el gradiente de temperatura siguiendo la parcela viene dado por

$$-\frac{dT'}{dz} = \frac{T'}{T}\frac{g}{c_p}$$

(b) Explique por qué el gradiente vertical de la parcela de aire en este caso difiere del gradiente adiabático seco (g/c_p). [Sugerencia: Comience con la ecuación

$$\theta = T\left(\frac{p_0}{p}\right)^{R/c_p}$$

con $T=T'$. Tome el logaritmo natural de ambos lados de esta ecuación y luego diferencie con respecto a la altura z].

3.50. Obtenga una expresión para la tasa de cambio de la temperatura con la altura (Γ_s) de una masa de aire sometida a un proceso adiabático saturado. Suponga que

$$\rho L_v\left(\frac{dw_s}{dp}\right)_T$$

es pequeño comparado con 1.

3.51. Al derivar la expresión para el gradiente adiabático saturado en el ejercicio anterior, se asume que $\rho L_v(dw_s/dp)_T$ es pequeño comparado con 1. Estime la magnitud de esta expresión y demuestre que es adimensional. [Sugerencia: Use el skew-T para estimar la magnitud de $\rho L_v(dw_s/dp)_T$ para un cambio de presión de, por ejemplo, 1000 a 950 hPa a 0 °C].

3.54. La *densidad potencial D* se define como la densidad que el aire seco alcanzaría si se transformara reversible y adiabáticamente de sus condiciones iniciales a una presión estándar p_0 (normalmente 1000 hPa).

(a) Si la densidad y la presión de una parcela de aire son ρ y p, respectivamente, muestre que

$$D = \rho\left(\frac{p_0}{p}\right)^{c_v/c_p}$$

donde c_p y c_v son los calores específicos del aire a presión y volumen constante, respectivamente.

(b) Calcular la densidad potencial de una parcela de aire a una presión de 600 hPa y una temperatura de -15 °C.

(c) Demostrar que

$$\frac{1}{D}\frac{dD}{dz} = -\frac{1}{T}(\Gamma_d - \Gamma)$$

donde Γ_d es el gradiente adiabático seco, Γ es el gradiente real de la atmósfera, y T es la temperatura a la altura z. [Sugerencia: Tome los logaritmos naturales de ambos lados de la expresión dada en (a) y después diferencie con respecto a la altura z].

(d) Muestre que los criterios para condiciones estables, neutras e inestables en la atmósfera son que la densidad potencial disminuya con la altura, sea constante con la altura y aumente con la altura, respectivamente. [Sugerencia: use la expresión dada en (c)].

(e) Compare los criterios expuestos en (d) con los de condiciones estables, neutras e inestables para un líquido.

3.55. Una condición necesaria para la formación de un espejismo es que la densidad del aire aumente con la altura. Muestre que esta condición se cumple si la disminución de la temperatura atmosférica con la altura es superior a $3{,}5\Gamma_d$, donde Γ_d es el gradiente adiabático seco. [Sugerencia: Tomar el logaritmo natural de ambos lados de la expresión de D indicada en el Ejercicio 3.54(a) y después diferenciar con respecto a la altura z. Siga los mismos pasos para la ecuación de estado en la forma $p = \rho R_d T$. Combinar las dos expresiones derivadas de esta forma con la ecuación hidrostática para demostrar que

$$\frac{1}{\rho}\frac{d\rho}{dt} = -\frac{1}{T}(dT/dz + g/R_d)$$

y proceder a la solución].

3.63. Muestre que la expresión obtenida en la solución del Ejercicio 3.50 se puede escribir como

$$\Gamma_s = \Gamma_d \frac{(1 + w_s L_v/R_d T)}{(1 + w_s L_v^2/c_p R_v T^2)}$$