PRÁCTICA 6. Microfísica de nubes

6.1. (a) Mostrar que la altura de la barrera de energía crítica ΔE^* en la Fig. 6.1 está dada por

$$\Delta E^* = \frac{16\pi\sigma^3}{3\left(nkT\ln\dfrac{e}{e_s}\right)^2}$$

(b) Determine el cambio fraccional de ΔE^* y r si la tensión de superficie σ se reduce un 10% añadiendo sulfato de sodio (un ingrediente común en el jabón) al agua pura. Despreciar el efecto del sulfato de sodio sobre n y e. (c) ¿qué efecto tendría sobre la nucleación homogénea de las gotitas la adición del sulfato de sodio?

6.2. Obtenga una expresión para el cambio fraccional $d\theta'/\theta'$ de la temperatura potencial θ' de una masa de aire nuboso, producido por una variación relativa en la masa m de la parcela debido al arrastre de una masa dm de aire ambiente saturado.

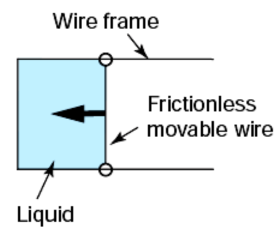
6.3. Una gota entra en la base de una nube con un radio r_0 y, después de crecer con una eficiencia de colección constante mientras se desplaza hacia arriba y abajo en la nube, la gota llega otra vez a la base de la nube con un radio R. Muestre que R es solo función de r_0 y la velocidad de la ascendente w (supuesta constante).

6.4. Si la concentración de los núcleos de congelación de una gota que está activa a temperatura T está dada por (6.33), muestre que la temperatura media de congelación de un número de gotas debe variar con su diámetro como muestra la línea roja en la Fig. 6.29. [Si una gota contiene n núcleos de congelación activos, suponga que la probabilidad p de que se congele en un intervalo de tiempo particular está dada por la distribución de Poisson para los eventos aleatorios, $p = 1 - \exp(-n)$].

6.5. Determine la fracción de masa de una gotita sobreenfriada que es congelada en la etapa inicial de congelación si la temperatura original de la gotita es –20 °C. Cuáles son los porcentajes de incremento en el volumen de la gotita debido a la primera y segunda etapas de congelación? [El calor latente del fusión es 3.3×10^5 J kg^{-1}; el calor específico del agua líquida es 4218 J K^{-1} kg^{-1}; el calor específico del hielo es 2106 J K^{-1} kg^{-1}; la densidad del hielo es 0.917×10^3 kg m^{-3}].

6.6. La tasa de generación de carga en una tormenta eléctrica es ~1 C km^{-3} min^{-1}. Determinar la carga eléctrica que tendría que ser separada por cada colisión de un cristal de hielo con un rimer (por ej. una partícula de graupel) para explicar esta tasa de generación de carga. Suponga que la concentración de cristales de hielo es 10^5 m^{-3}, su velocidad de caída es insignificante comparada con la del rimer, los cristales de hielo están descargados antes de chocar con el rimer, su eficiencia de colisión con el rimer es igual a 1, y todos los cristales de hielo rebotan con el rimer. Suponga también que los rimers son esferas de 2 mm de radio, la densidad de un rimer es 500 kg m^{-3}, y la tasa de precipitación atribuible a los rimers es 5 cm h^{-1} de agua equivalente.

6.9. La figura demuestra una película de líquido (por ej. una película de jabón) sobre un marco de alambre. La área de la película puede ser modificada desplazando sin fricción un cable que forma un lado del marco. La tensión de superficie del líquido es definida como la fuerza por unidad de longitud que el líquido ejerce sobre el cable móvil (como se muestra por la flecha negra en la fig.). Si la energía de superficie del líquido es definida como el trabajo requerido para crear una unidad de área de nuevo líquido, muestre que los valores numéricos de la tensión de superficie y la energía de superficie del líquido son iguales.



6.12. Mostrar que para una solución muy débil ($m \ll {}^4/_3\pi\, r^3 \rho' M_s$), la ec. (6.8) puede escribirse como

$$\frac{e'}{e_s} \simeq 1 + \frac{a}{r} - \frac{b}{r^3}$$

donde $a = 2\sigma'/n'kT$ y $b = imM_w / {}^4/_3 M_s \pi \rho'$. Muestre que en este caso el pico en la curva de Köhler aparece para los valores críticos de

$$r \simeq \left(\frac{3b}{a}\right)^{1/2} \quad \text{y} \quad \frac{e'}{e_s} \simeq 1 + \left(\frac{4a^3}{27b}\right)^{1/2}$$

6.15. El aire en el nivel de 500 hPa en una nube cumulonimbus tiene una temperatura de 0 °C y un contenido de agua líquida de 3 g m^{-3}. (a) Suponiendo que las gotitas de nube están cayendo con sus velocidades de caída terminales, calcule la resistencia aerodinámica de fricción descendente que las gotitas ejercen sobre una unidad de masa de aire. [Ayuda: Suponer que cuando las gotitas caen a velocidad terminal, el arrastre fraccional es el peso de las gotitas por unidad de masa de aire]. (b) Exprese esta fuerza descendente en relación con una corrección de temperatura "virtual" (negativa). (En otras palabras, encuentre el decrecimiento en la temperatura por la que el aire tendría que pasar si no contuviera agua líquida a fin de ser tan denso como el aire en cuestión.) [Ayuda: A temperaturas alrededor de 0 °C la corrección de temperatura virtual atribuible a la presencia de vapor de agua en el aire puede ser despreciada].

6.16. Para gotas mucho más grandes que la longitud de onda de la luz visible y para un espectro de gotas suficientemente estrecho que el radio efectivo r_e es aproximadamente igual a radio medio de gotas, el espesor óptico τ_c de una nube está dado aproximadamente por $\tau_c = 2\, \pi\, h\, r_e^2\, N$, donde h es el espesor de la nube y N es la concentración de gotas de nube (m^{-3}). Derivar expresiones aproximadas para el contenido de agua líquida (LWC en kg m^{-3}) en términos de r_e, N y la densidad del agua ρ_l, y para el espesor de agua líquida (LWP en kg m^{-2}) en terminos de r_e, τ_c y ρ_l.

6.18. (a) Para el caso sin condensación y sin arrastre, es decir un proceso adiabático seco, muestre que la ecuación del ejercicio 6.2 se reduce a $d\theta' = 0$. (b) Para el caso con condensación pero sin arrastre, muestre que la ecuación del ejercicio 6.2 se reduce al equivalente de las ecuaciones usadas para derivar la Temperatura Potencial Equivalente (clase 2). (c) Muestre que cuando el arrastre está presente la temperatura de una parcela de aire nuboso en ascenso disminuye más rápido que cuando el arrastre está ausente.

6.20. Considere una parcela de aire saturada que es elevada adiabáticamente. La tasa de cambio en la fracción de sobresaturación S ($S = e/e_s$ donde e es la presión de vapor y e_s es la presión de vapor de saturación) de una parcela de aire puede escribirse como

$$\frac{dS}{dt} = Q_1 \frac{dz}{dt} - Q_2 \frac{d(LWC)}{dt}$$

donde dz/dt y LWC son la velocidad vertical y el contenido de agua líquida de la parcela, respectivamente. (a) Asumiendo que S es cercano a la unidad y despreciando la diferencia entre la temperatura actual y la tempera tura virtual del aire, muestre que

$$Q_1 \simeq \frac{g}{TR_d}\left(\frac{\varepsilon L_v}{Tc_p} - 1\right)$$

donde T, es la temperatura de la parcela [en K], L_v es el calor latente de condensación, g es la aceleración de la gravedad, R_d y R_v son las constantes de gas para 1 kg de aire y 1 kg de vapor, respectivamente, $\varepsilon = R_d /R_v$ y c_p es el calor específico a presión constante del aire saturado. [Ayuda: Considerar ascenso sin condensación. Introducir la relación de mezcla del aire w, relacionada con e]. (b) Derivar una expresión aproximada para Q_2 en términos de R_d, T, e, e_s, L_v, p, c_p y la densidad de aire húmedo ρ. Asumir que $e/e_s \cong 1$, $T \cong T_v$ y $\varepsilon >> w$.

6.24. ¿Si una gota de lluvia tiene un radio de 1 mm en la base de una nube, ubicada a 5 km sobre la tierra, cuál será su radio en el suelo y cuánto tiempo le tomará llegar al suelo si la humedad relativa entre la base de la nube y la tierra es constante y del 60 %? Asuma que la relación entre v y r está dada por $v = 6000\ r$. Si r está en micrómetros, el valor de G_l en (6.21) es 100 para gotitas de nube, pero para las gotas grandes consideradas en este problema el valor de G_l debe tomarse como 700 para permitir efectos de ventilación.

6.25. Un gran número de gotas, cada una de volumen V, son enfriadas simultáneamente en a una tasa constante β (= dT/dt). Sea $p(V, t)$ la probabilidad de nucleación de hielo que tiene lugar en un volumen de agua V durante un intervalo de tiempo t. (a) Obtener una relación entre $p(V, t)$ y $\int_0^{T_t} J_{LS}\, dT$, donde J_{LS} es la tasa de nucleación de hielo (por unidad de volumen por unidad de tiempo) y T_t es la temperatura de las gotas al tiempo t. (b) Muestre que un incremento n en la tasa de enfriamiento produce la misma depresión en la temperatura de congelación como un decrecimiento n en el volumen de la gota. [Ayuda: para (b) necesitará usar algunas de las expresiones derivadas en el ejercicio (6.4)].

6.27. Calcular el radio y la masa de un cristal de hielo después de que ha crecido por deposición desde la fase de vapor por media hora en un ambiente saturado respecto al agua a –5 °C. Asuma que el cristal es un disco circular fino con un grosor constante de 10 μm. [Ayuda: Usar la Ec. (6.37) y la Fig. 6.39 para estimar la magnitud de G_iS_i. La capacidad electrostática C de un disco circular de radio r está dada que junto a $C = 8r\varepsilon_0$, dónde ε_0 es la permitividad del vacío].

6.28. Calcule el tiempo requerido para un cristal de hielo, que comienza como una placa plana con radio circular eficaz de 0.5 mm y una masa de 0.010 mg, para crecer por rimimg a una partícula esférica de graupel de 0.5 mm de radio, si cae por una nube que contiene 0.50 g m^{-3} de gotitas pequeñas de agua que colecciona con una eficiencia de 0.60. Suponga que la densidad de la partícula de graupel final es de 100 kg m^{-3} y que la velocidad de caída final del cristal v (en m s^{-1}) está dada por $v = 2.4\ M^{0.24}$, donde M es la masa del cristal en mg.

6.29. Calcule el tiempo requerido por el radio de un copo de nieve esférico para incrementarse de 0.5 mm a 0.5 cm si crece por agregación mientras cae por una nube de pequeños cristales de hielo presentes en una cantidad de 1 m^{-3}. Suponga que la eficiencia de colección es igual a 1, la densidad del copo de nieve es 100 kg m^{-3}, y que la diferencia en las velocidades de caída del copo de nieve y de los cristales de hielo es constante e igual a 1 m s^{-1}.

6.37. Si las velocidades del sonido en dos capas de aire delgadas adyacentes son v_1 y v_2, una onda de sonido será refractada en la interfaz entre las capas y

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{v_1}{v_2}$$

Use esta relación, y el hecho de que $v \propto T^{1/2}$, donde T es la temperatura del aire (en K), para mostrar que la ecuación para la trayectoria de la onda de sonido producida por un trueno que es escuchado a la distancia horizontal máxima desde origen del trueno es

$$dx = -(T/\Gamma z)^{1/2}\, dz$$

donde x y z son las coordenadas mostradas en la Fig. 6.63, Γ es el gradiente vertical de temperatura (asumida constante), y T es la temperatura a la altura z.

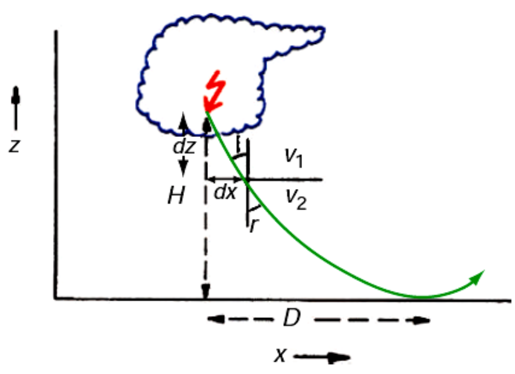


Fig. 6.63

6.38. Use la expresión derivada en el ejercicio 6.37 para mostrar que la distancia máxima D a la cual una onda de sonido producida por un trueno puede ser escuchada está dada aproximadamente por

$$D = 2(T_0 H/\Gamma)^{1/2}$$

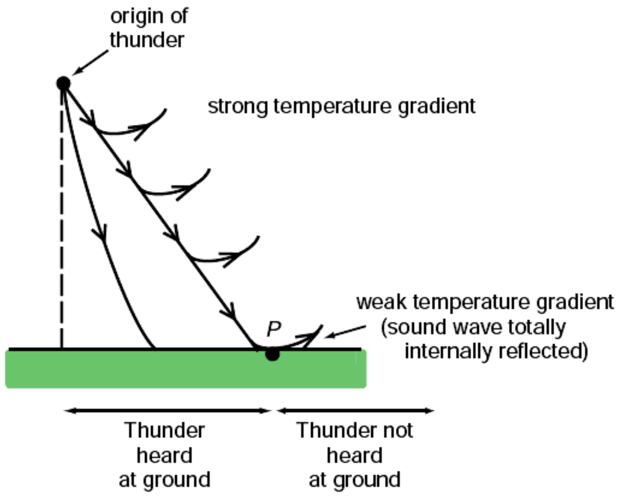


Fig. 6.64

donde T_0 es la temperatura a nivel del suelo. Calcular el valor de D para Γ = 7.5 °C, T_0 = 300 K, y H = 4 km.