Física Estadística 2021

Trabajo Práctico N^o 2

Formalismo microcanónico

MECÁNICA ESTADÍSTICA

Trabajo Práctico Nº 1: Principios Fundamentales

1. Consideremos un sistema de 3 spines no interactuantes en equilibrio con un campo magnético **H** (este sistema no es realmente macroscópico, pero resulta ilustrativo).Cada spin puede estar solamente con dos orientaciones: paralelo a H, con momento magnético μ y energía $-\mu H$, o antiparalelo con momento magnético $-\mu$ y energía μH.
   - **a.** Enumerar e individualizar todos los estados posibles del sistema.
   - **b.** Si se conoce que el sistema tiene una energía $-\mu H$:
     - **i.** ¿Cuáles son los estados accesibles?
     - **ii.** ¿ Cuál es la probabilidad de que el 1^{er} spin esté paralelo al campo?
     - **iii.** ¿ Cuál es el momento magnético medio de ese spin?

2.
   - **a.** Un sistema está compuesto por dos osciladores armónicos de frecuencia natural ω_o, cada uno tiene energías permitidas $(n + ½)\, \hbar\omega_o$ (n = entero ≥ 0). La energía total del sistema es $E' = n'\hbar\omega_o$ (n'= entero >0).Calcular el número de estados accesibles y la entropía.
   - **b.** Un segundo sistema se compone de dos osciladores armónicos de frecuencia natural $2\omega_o$. Su energía total es $E'' = n''\hbar\omega_o$ (n''= entero par). Calcular el número de estados accesibles y la entropía.
   - **c.** Mostrar que la entropía del sistema compuesto de los dos subsistemas anteriores separados por un tabique totalmente aislante es:

$$S_{tot} = k_B \ln \left(E' E'' / 2\, \hbar^2\, \omega_o^{\,2} \right)$$

3. Calcular el calor específico molar en el modelo de Einstein de un sólido cristalino. Mostrar que tiende a 3R a altas temperaturas y que se comporta exponencialmente cerca de T=0, calculando el término exponencial más importante.($R = k_B N_A$, N_A = nº de abogador).

4. Obtener el número cuántico medio, **n**, de un oscilador de Einstein en función de la temperatura. Ignorando el hecho de que el cristal se funde para valores grandes de $k_B T / \hbar\omega_o$, calcular **n** para $k_B T / \hbar\omega_o$ =0,1,2,3,4,10,50,100.

5. El modelo de Einstein puede mejorarse suponiendo que la frecuencia ω_o depende del volumen molar del cristal de la forma:

$$\omega_o = \omega_o^{\,0} - A \ln (v/v_o)$$

   - a. Calcular la compresibilidad isotérmica del cristal.
   - b. Calcular el calor transferido si un mol del cristal es comprimido a temperatura constante desde v_i a v_f.

6. En el modelo de dos estados, considere que la energía ε del estado excitado de un átomo depende de su distancia media de otros átomos vecinos, de tal forma que:

$$\varepsilon = a/v^{\gamma} \quad ; \quad v = V/N$$

donde a y γ son constantes positivas. Mostrar que la ecuación de estado del sistema es:

$$P = (\gamma a / v^{\gamma+1}) \cdot [\exp(a/k_B T v^{\gamma}) + 1]^{-1}$$

(P = presión). Esto se conoce como el modelo de Gruneisen de un sólido, γ = parámetro de Gruneisen.

7. Siguiendo los lineamientos del modelo de dos estados, estudiar el comportamiento de un sistema de N spines no interactuantes en un campo magnético H, suponiendo que cada spin solamente puede estar en dos estados: paralelo, con $\varepsilon_1 = -\mu H$, y antiparalelo, con $\varepsilon_2 = +\mu H$.

8. Un punto es elegido al asar en una esfera de radio 1 en un espacio N-dimensional.
   a. ¿ Cuál es la probabilidad de que caiga dentro de la esfera de radio 0.99999999?
   b. Evaluar esa probabilidad para N = 3 y $N = N_A$

9. Gas ideal en el límite clásico.
   Considere un gas ideal de N partículas puntuales de masa m, en un volumen V y con energía entre E y $E+\delta E$.
   Suponiendo que es aplicable un tratamiento clásico(el espacio de las fases puede considerarse como un continuo), mostrar que:

$$\Omega(E) = C\, V^N E^{3N/2}$$

   donde C es una constante.
   Calcular la entropía y la ecuación de estado del gas.

10. Calcular el calor específico a longitud constante de una banda elástica de n cadenas poliméricas. Expresar el resultado en términos de T y L_x.

11. Calcular el coeficiente de expansión térmica longitudinal de una banda elástica, definido como:

$$K'_T = (1/L_x) \cdot (\partial L_x / \partial T)\tau$$

   Expresar K'_T en función de T y analizar el comportamiento cualitativo. Comparar este comportamiento con el de un alambre metálico y discutir el resultado.

Indicaciones

1) **NO hacer los problemas 10 y 11**
2) **Ver Kubo, cap. 1, ejemplos 3 y 4 (pag. 36 y ss)**
3) **Dalvit, problema 3.2, 3.5, 3.6**