Física Estadística
Trabajo Práctico 3:Conjunto Canónico

15 de mayo de 2020

1. Demostrar que:

$$S = -\frac{\partial F}{\partial T}$$

Ayuda: Escribir F en términos de la función de partición Z y calcular $\partial F/\partial T$. Escribir U en términos de la función de partición, reemplazar en $U = F + TS$ y comparar.

2. Demostrar que la presión P de un sistema en equilibrio con un reservorio térmico es:

$$P = \frac{1}{\beta}\frac{\partial}{\partial V} lnZ$$

Ayuda: Utilizar la relación termodinámica $p = -\partial U/\partial V$. Utilizar las relaciones entre U, F y las funciones de partición.

3. Mostrar que el calor específico de un sistema en equilibrio térmico con un reservorio se puede escribir como:

$$C_v = N^{-1} k_B \beta^2 \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} lnZ$$

Ayuda: Mediante relaciones termodinámicas encontrar que $C_v = N^{-1}\partial U/\partial T$. Luego utilizar la regla de la cadena (pensando en $U(\beta)$) y reemplazar.

4. Suponga una aleación binaria compuesta por N_A átomos de tipo A, N_B átomos del tipo B. Los A pueden estar en el estado fundamental o en el primer

excitado que tiene energía E. Los B pueden estar en el estado fundamental o en el primer excitado que tiene energía $2E$. En ambos casos los demás estados energéticos están muy altos, y son despreciables a temperatura ambiente. Encuentre el potencial de Helmholtz y a partir de ahí el calor específico del sistema.

Ayuda: Encontrar $Z_{\text{sistema}} = Z_A Z_B$, calcular la entropía a partir de F, y con ello calcular el calor específico. Comparar el resultado utilizando la expresión del problema 3 para Z_{sistema}.

5. Una sal paramagnética contiene un mol de iones no interactuantes de momento magnético igual 1 magnetón de Bohr $\mu_B = 9{,}274 \times 10^{-24}$J/Tesla. Un campo magnético H es aplicado en una cierta dirección, los estados permitidos de cada momento magnético son paralelo o antiparalelo al campo.

- a. Si el sistema es mantenido a $T = 4K$ y H es aumentado desde 1Teslaa 10Tesla, ¿cuál es el calor transferido desde el reservorio térmico?
- b. Si el sistema se aisla ahora térmicamente y H es disminuido desde 10Tesla a 1Tesla¿cuál es la temperatura final del sistema? Este proceso se conoce como «enfriamiento por desmagnetización adiabática».

Ayuda: A partir del potencial de Helmholtz encontrar la entropía y luego utilizando el hecho de que es una función de estado hallar el calor como $Q = T(S_1 - S_0)$.

6. Se tiene un átomo con niveles de energía $0, E_1, E_2, E_3$ con degeneración $1, 2, 2, 1$. La probabilidad de ocupación de niveles superiores es despreciable a temperaturas ordinarias.

Se supone que el átomo está en un campo de radiación a temperatura T. Encuentre la dispersión en la energía del átomo y la probabilidad de ocupación de cada nivel a temperatura ambiente ($T = 300K$), si las energías valen: $E_1/k_B = 200K$, $E_2/k_B = 300K, E_3/k_B = 400K$

Ayuda la dispersión de la energía es: $\langle(\Delta E)^2\rangle = \langle E^2\rangle - \langle E\rangle^2$ (ver Pathria).

7. Considere un átomo de hidrógeno en equilibrio con el campo de radiación a temperatura T. El átomo puede estar en el estado fundamental $1s$ que es doble o en el estado p que es óctuple. Suponiendo que la probabilidad de estar en los demás estados es despreciable, encuentre la probabilidad de que el átomo se encuentre en un estado p.

Ayuda: utilizar la definición de f_j.

8. Obtenga la ecuación

$$D(\omega) = \frac{V}{2\pi} k^2(\omega) \frac{d\omega(k)}{dk},$$

para la densidad de modos y discutir su generalidad.

Ayuda: ver Callen

9. Calcular la energía media de un sólido cristalino en el modelo de Debye y de allí obtener la ecuación:

$$C_V = A \int_0^{\omega_D} \frac{\omega^4 e^{\beta\hbar\omega}}{\left(e^{\beta\hbar\omega} - 1\right)^2} d\omega$$

donde

$$A = \frac{\hbar^2 V}{2\pi^2 k_B T^2} \left(\frac{1}{v_l^2} + \frac{2}{v_t^3} \right)$$

Ayuda: utilizar la expresión obtenida en el ejercicio 3.