UNIDAD 3

Transporte de Energía

Prof. Mario Rodriguez
c. e.: mrodriguez@uncu.edu.ar

INTRODUCCIÓN

- En virtud del balance realizado hemos llegado a ecuaciones de conservación de E. Para el caso de la ecuación de cambio de la E térmica la misma se obtuvo como una función de la T, así como también en términos del flujo.
- En el caso de un fluido newtoniano circulando con gradientes de T, compresible, con k constante, vimos que la ecuación tomaba la forma.

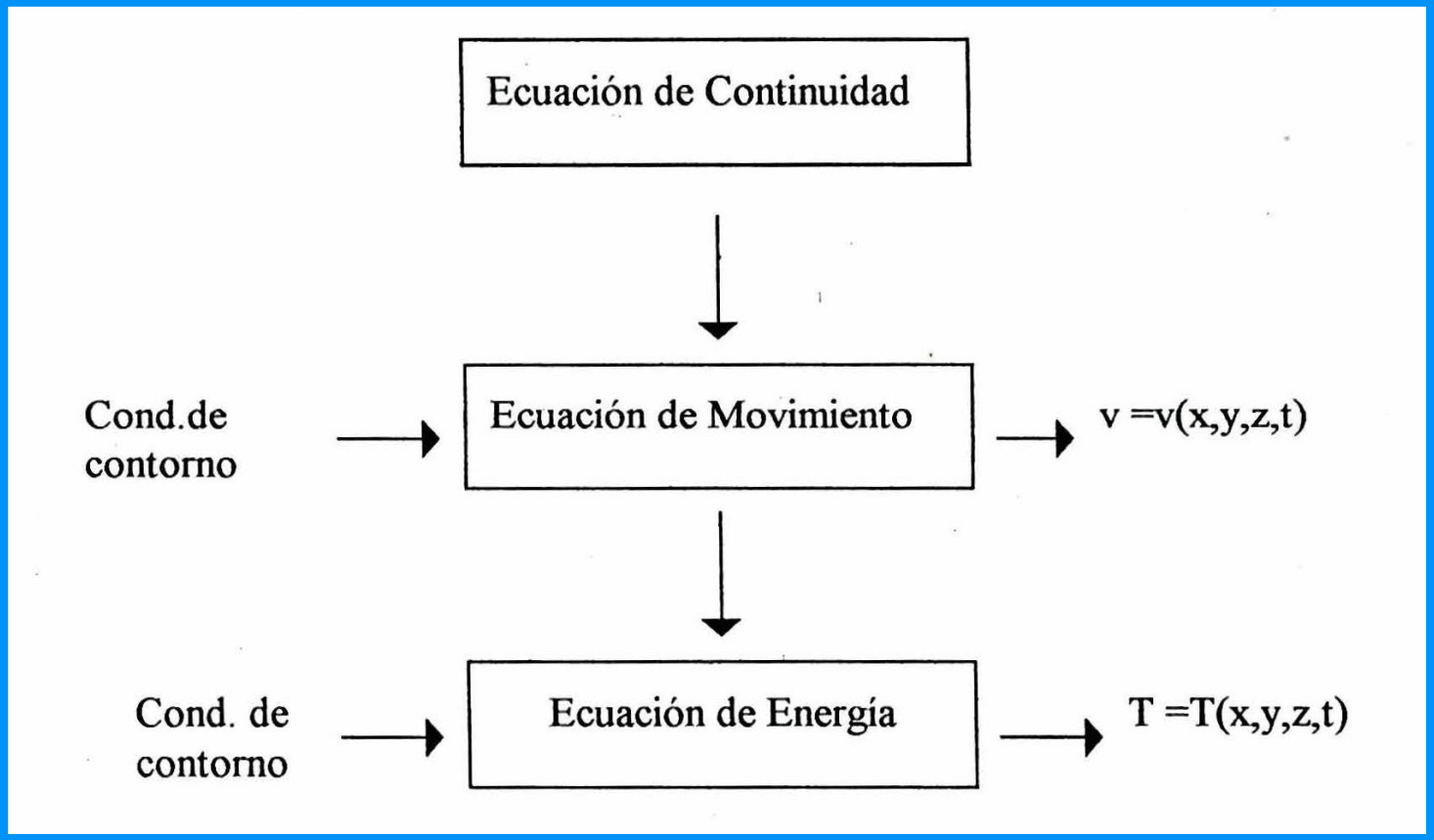
$$\rho \hat{C}_v \frac{DT}{Dt} = k \nabla^2 T - T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\hat{v}} \nabla v - \mu \phi_v$$

de donde resulta que T = T(v,x,y,z,t).

- **En estas circunstancias el campo de la T es dependiente del campo de v. Esto hace que la obtención de la distribución de la T requiera del conocimiento del campo de v. Expresado en términos de nuestra sistemática de estudio, esto significa que es necesario integrar las ecuaciones de C y C-M, de forma de obtener la distribución de v y luego introduciendo esta última, resolver la ecuación de E térmica.**

- **Generalizando la forma de trabajo, se puntualizan los pasos a efectuar en la solución de problemas en convección forzada.**
  - **Plantear la Ec. de Continuidad**
  - **Plantear la Ec. de C-M**
  - **Introducir la ec. de Continuidad en (b)**
  - **Condiciones de contorno para la Ec. de C-M**
  - **Integración, se obtiene v = v (x, y, z, t)**
  - **Plantear la Ec. de E**
  - **Reemplazar v en la Ec. de E**
  - **Definir condiciones de contorno para la Ec. de E**
  - **Integrar, se obtiene T = T (x,y,z,t)**

- **Esto se puede condensar en:**



- **Este esquema es válido para cuando T no influye en la v por cambios de la μ, generalmente se deben resolver simultáneamente.**

- **La solución analítica de las ecuaciones de cambio para la E, podrán obtenerse para aquellos sistemas sencillos, por ejemplo, para el caso de sólidos se obtuvo:**

$$\rho C_p \frac{\partial T}{\partial t} = k \nabla^2 T$$

Esta expresión es soluble analíticamente sólo para sistemas sencillos y con condiciones de contorno sencillas, tal como para los siguientes casos:

- Lámina Plana.
- Cilindro
- Esfera

La mayor parte de los sistemas tecnológicos, se pueden reducir a algunas de estas geometrías simples.

TRATAMIENTO DIMENSIONAL-GRUPOS ADIMENSIONALES

Mecanismo de Transferencia por Convección

Desde el punto de vista matemático, el análisis de la convección natural es de gran complejidad, mucho > que para convección forzada. En principio, no puede considerarse ρ=cte. en las ecuaciones de continuidad, C-M y E, en virtud de que su variación es la responsable del movimiento (convección natural).

Por otra parte como ρ depende de la T, las ecuaciones de C y C-M dependerán de la solución de la ecuación de E y a su vez, ésta no puede resolverse si no se conoce el campo de v. Cuando esto ocurre se dice que las ecuaciones diferenciales están *acoplada*, la solución de ambas debe realizarse simultáneamente, en forma analítica o por métodos numéricos.

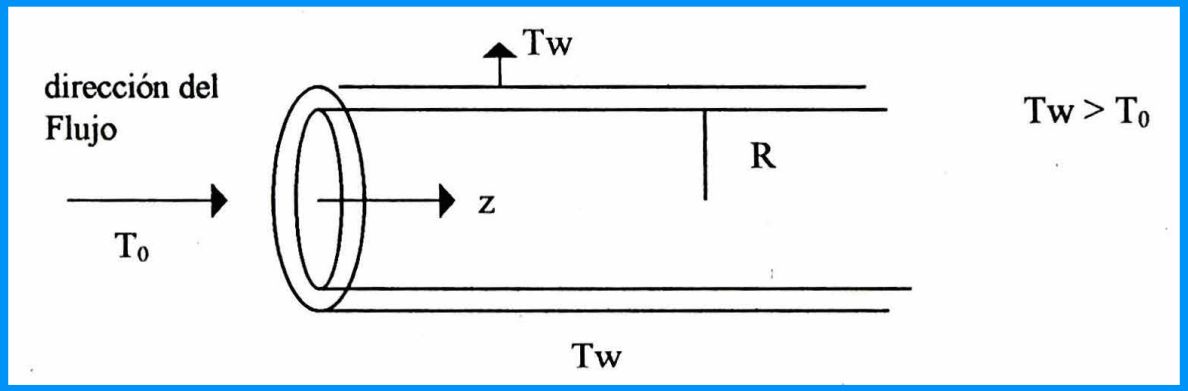
Para ambos tipos de convecciones, vamos a resolver la ecuación de E térmica para sistemas en movimiento sin fuente ni sumidero interno. Esto significa que la ecuación a resolver para fluidos newtonianos, incompresibles, de k = cte. es:

$$\rho \hat{C}_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (V.\nabla T) \right] = k \nabla^2 T \qquad (3.1)$$

Obsérvese que no se incluye el término de disipación viscosa ya que se trata de una fuente interna de calor debido a la degradación de la E mecánica en calor. Esta suposición es prácticamente cierta en los sistemas de uso común en la industria química.

Transferencia de Calor en Convección Forzada

Suponiendo E-E, flujo desarrollado y régimen laminar, fluido con μ, ρ, k y C_p = ctes. y, T de la pared uniforme a lo largo del recipiente cilíndrico de radio R que contiene el fluido.



Anillo cilíndrico al que se aplica el B-E para obtener las ecuaciones diferenciales de distribución de T para flujo laminar en un tubo.

Para $z < 0$; $T=T_0$; y para $z > 0$, la T sobre la pared del conducto ↑ en una función escalón a Tw.

Para el sistema antes planteado, el perfil de velocidades responde a la Ley de *Hagen-Poiseuille*.

$$v_z = \frac{(P_0 - P_L)\, R^2}{4\,\mu\, L}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

para r = 0 ; $v_z = v_{z\,máx.}$ entonces:

$$v_z = v_{z\,máx.}\left[1-\left(\frac{r}{R}\right)^2\right]$$

Hasta z=0, el fluido tiene una T constante igual a T_0. La diferencia de T ($Tw-T_0$) no es lo suficientemente grande como alterar las propiedades físicas del sistema (ρ, μ, k y Cp = ctes.).

Planteando la ecuación de E.

$$\rho \hat{C}_p \left[\frac{\partial T}{\partial t} + (V.\nabla T) \right] = k \nabla^2 T$$

debe expresarse en coordenadas cilíndricas y efectuarse las simplificaciones correspondientes, sin embargo resulta importante analizar el concepto físico del problema.

En este caso se tiene un fluido incompresible circulando con flujo desarrollado y en régimen laminar. El fluido sólo tiene componente de la velocidad en el sentido z. Como el calentamiento es radial el flujo de calor se produce en el sentido de r, luego los flujos de calor y de movimiento son cruzados. Esto significa que en la dirección r el calor sólo puede avanzar por conducción.

En E-E todo el calor que avanza en la dirección r lo lleva el fluido en la dirección z, pero en r no existe componente de v, por lo que el calor se transfiere por conducción. Esto sólo se produce en régimen laminar con flujos cruzados, ya que si fuera turbulento, existirían componentes de v_r en las fluctuaciones que impondrían un efecto de mezclado, acelerando la transferencia.

La ecuación de E queda:

(3.2)

$$\rho Cp\left(\frac{\partial T}{\partial t}+v_z\frac{\partial T}{\partial z}\right)=k\left[\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial T}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 T}{\partial \theta^2}+\frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right)\right]$$

(1) (2) (3)

(1) se anula por E-E.

(2) se anula porque a lo largo de 2π el flujo siempre es el mismo (la camisa cilíndrica).

(3) es despreciable en determinadas condiciones, en este caso debido a que el ΔT es mucho > en la dirección r que en la dirección z.

Siendo $\frac{k}{\rho Cp} = \alpha$ (difusividad térmica), la ec. (3.2) queda:

$$v_z \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \right] \quad (3.3)$$

introduciendo la expresión de velocidad

$$v_{max} \left[1 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right] \frac{\partial T}{\partial z} = \alpha \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (3.4)$$

Las condiciones de contorno son

$z = 0$	$T = T_0$ para todo r
$r = R$	$T = Tw$ para $z > 0$
$r = 0$	$\frac{\partial T}{\partial r} = 0$ para $z > 0$ (por simetría, sino es cero se acumularía calor en el centro)

Adimensionalizando la ec. (3.4) mediante las siguientes variables adimensionales.

$$T^* = \frac{Tw - T}{Tw - T_0} \quad ; \quad r^* = \frac{r}{R} \quad ; \quad z^* = \frac{z}{R}$$

y teniendo en cuenta que para régimen laminar $v_{z\ máx.} = 2 <v>$.

$$\left[1 - r^{*2}\right]\frac{\partial T^*}{\partial z^*} = \frac{1}{2 < v > R}\frac{\alpha}{}\frac{1}{r^*}\frac{\partial}{\partial r^*}\left(r^*\frac{\partial T^*}{\partial r^*}\right) \qquad (3.5)$$

Aparece un número adimensional denominado Número de Peclet

$$Pe = \frac{\rho C_p < v > D}{k} = \frac{\text{Transf.de Calor por CONVECCION}}{\text{Transf.de Calor por CONDUCCION}} \qquad (3.6)$$

Un N° de Peclet ↑ indica transferencia por convección, mientras que para Pe ↓ mecanismo de transferencia por conducción.

$$Pe = \frac{\rho C_p < v > D}{k} = \frac{\text{Transf.de Calor por CONVECCION}}{\text{Transf.de Calor por CONDUCCION}} \quad (3.6)$$

A su vez el Pe puede desdoblarse en dos números, uno ya conocido el Re y otro el número de Prandtl (Pr), según,

$$Re = \frac{\rho D < v >}{\mu} \quad ; \quad Pr = \frac{C_p \mu}{k} \quad \Rightarrow \quad Pe = Re.Pr$$

donde el número de Prandtl representa una relación entre la difusividad de momento y la difusividad térmica.

$$Pr = \frac{\nu}{\alpha} = \frac{\mu \rho C_p}{\rho k} = \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\text{Difusividad de Momento}}{\text{Difusividad Termica}} \quad (3.7)$$

La solución de la ec. diferencial (3.5) mediante las condiciones de contorno adimensionales da el siguiente resultado

$$\frac{Tw - T}{Tw - T_0} = \sum_{n=0}^{\infty} B_n \Phi_n \exp \frac{\beta n^2 (z/R)}{Pr\,Re} \qquad (3.8)$$

donde β_n, B_n y Φ_n son *constantes de Bessel* tabuladas para distintos valores de n.

En la solución de este sistema se han supuesto constantes a las propiedades del fluido. Sin embargo todos varían en > o < grado con la T. Sin embargo para diferencias pequeñas de T, la solución presentada es correcta.

TRANSPORTE INTERFACIAL DE ENERGÍA

En T-C-M en sistemas más complejos se ha combinado el conocimiento experimental con los resultados del análisis dimensional. Los resultados obtenidos se representan gráficamente mediante el f vs Re, para dos geometrías. Ahora se extenderá el procedimiento a problemas de T-C.

Mediante el análisis dimensional de las ecuaciones de variación para flujos no isotérmicos, y los datos experimentales de velocidad de T-C por convección libre y forzada. Estas correlaciones se expresan en función de ρ de flujo calorífico adimensional, que es el Nusselt para transmisión de calor.

Definición del coeficiente de transmisión de calor (h)

Supongamos tener un fluido que circula por un tubo o alrededor de un objeto sumergido y que la superficie del sólido está más caliente que la del fluido. Es de esperar que la v de flujo de calor a través de la interfase (S-F) dependerá del área de la interfase y de la diferencia de T entre el sólido y el fluido mediante.

$$Q = h\,A\,\Delta T \qquad (3.13)$$

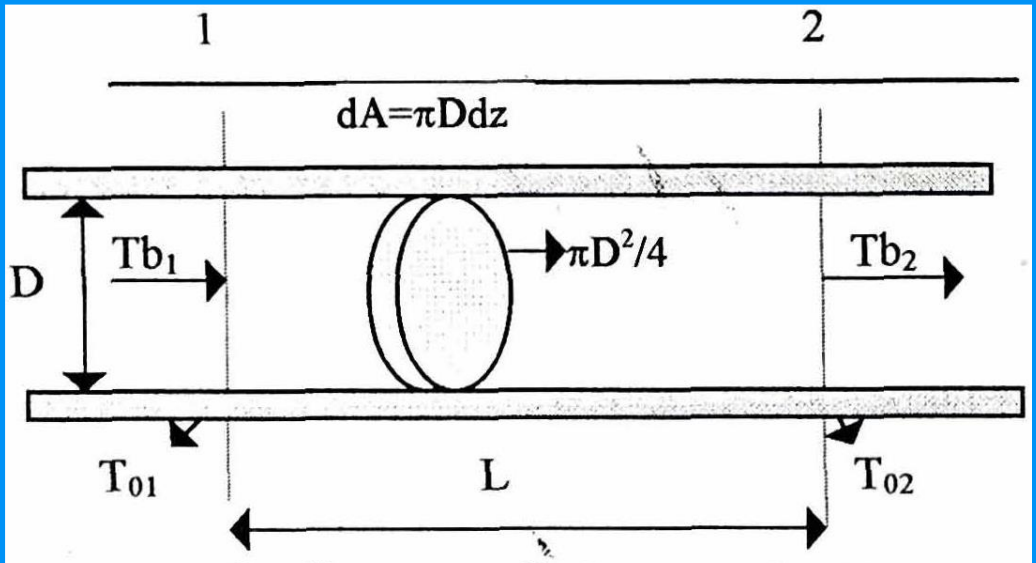
Q: flujo de calor; A: área característica; ΔT: diferencia de T y h: factor de proporcionalidad que se denomina "<u>coeficiente de transmisión de calor</u>".

Vamos a considerar las definiciones usuales de h para dos tipos de geometrías de flujo:

Caso 1): Flujo en tubos o conducciones
Caso 2): Flujo alrededor de objetos sumergidos

Caso 1): Flujo en tubos o conducciones

Consideramos el flujo de un fluido en un tubo circular de diámetro D, existe una porción de pared del tubo L que se calienta y cuya T de la superficie interna varía $T_0(z)$. La T global (Tb) del fluido es la T que se mediría si el tubo se acercase por 1 o 2, recogiendo el fluido que sale y mezclándolo totalmente (T de mezcla o T media del fluido). Es decir que la T Tb ↑ de Tb_1 a Tb_2 en la región calentada.



Sección que se calienta con una temperatura de la superficie interior $T_0(z)$

Existen tres definiciones convencionales de coeficiente de transmisión de calor para el fluido en la sección que se calienta.

- **h_1 se basa en la diferencia de T en la entrada.**

$$a)\ Q = h_1 (\pi D L) (T_{01} - Tb_1) \qquad (3.14)$$

- **h_a se basa en la media aritmética de la diferencia entre las T extremas.**

$$b)\ Q = h_a (\pi D L) \frac{(T_{01} - T_{b1}) + (T_{02} - T_{b2})}{2} \qquad (3.15)$$

- **h_{ln}, se basa en la media logarítmica de T.**

$$c)\ Q = h_{ln} (\pi D L) \frac{(T_{01} - T_{b1}) + (T_{02} - T_{b2})}{\ln \frac{(T_{01} - T_{b1})}{(T_{02} - T_{b2})}} \qquad (3.16)$$

- **Si no se conoce inicialmente la T en la pared o si las propiedades del fluido varían considerablemente a lo largo del tubo, es difícil predecir los coeficientes definidos. En estas condiciones se acostumbra a expresar la ec. (3.14) en forma diferencial.**

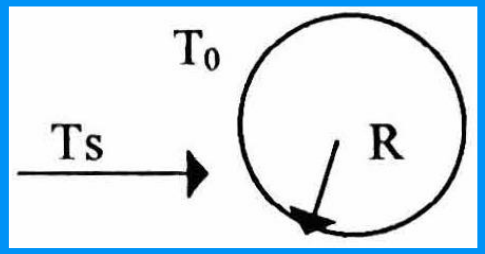
$$dQ = h_{loc} (\pi D dz) (T_0 - Tb) \qquad (3.17)$$

donde h_{loc}: coeficiente local de transmisión de calor

- Caso 2): **Flujo alrededor de objetos sumergidos**

Consideramos el flujo de un fluido alrededor de una esfera de radio R, cuya T de la superficie se mantiene a T_0. Supongamos que el fluido se aproxima con una T uniforme T_s distinta de T_0. Según esto se puede definir un coeficiente medio de T-C h_m.

$$Q = h_m (4 \pi R^2) (T_0 - T_s) \quad (3.18)$$



Flujo alrededor de objetos sumergidos

El área característica se toma como $4 \pi R^2$ (área de la cáscara de la esfera). Por analogía, en forma diferencial, el coeficiente local será:

$$dQ = h_{loc} (dA) (To-Ts) \quad (3.19)$$

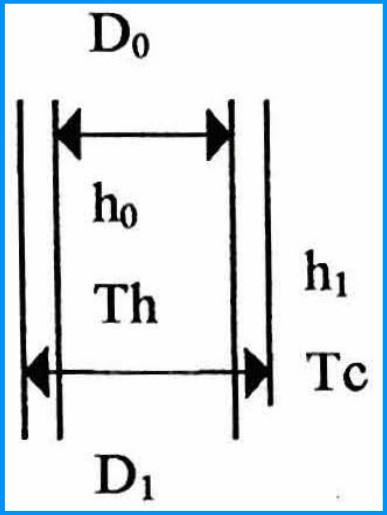
Sólo se dan datos de h_m que son más fáciles de medir que h_{loc}.

Como ya se hizo cuando se definió h que hay que establecer con claridad el área y ΔT.

Coeficiente Global de Transmisión de Calor: Uo

Una definición más precisa de Uo que se usa en los casos concretos de intercambio de calor entre dos corrientes coaxiales cuyas T globales son T_h y T_c, separadas por un tubo cilíndrico de diámetro interno D_0 y externo D_1.

$$dQ = U_o (\pi D_o dz) (T_h - T_c)$$



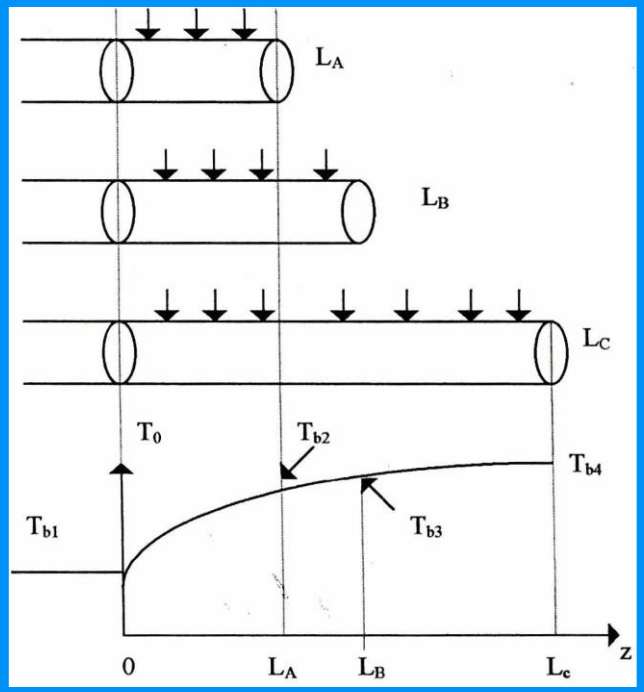
$$\frac{1}{D_0 Uo} = \left(\frac{1}{D_0 h_0} + \frac{\ln D_1/D_0}{2\ k^{01}} + \frac{1}{D_1 h_1} \right)_{lo}$$

(3.20)

Estas dos ecuaciones son válidas para el flujo de calor a través de resistencias caloríficas conectadas en serie.

Cálculos de coeficientes de transmisión de calor a partir de datos experimentales

Supongamos tener una serie de experiencias en E-E efectuadas sobre el calentamiento de un fluido (aire) en tubos. En la primera experiencia fluye aire a una T, Tb_1, por un tubo de diámetro D, el perfil de velocidad laminar esta totalmente desarrollado en la porción isotérmica de la tubería correspondiente a $z < 0$. En $z = 0$ se eleva bruscamente la T de la pared hasta el valor T_o y se mantiene constante a lo largo de L_A. Al llegar a $z = L_A$ se mide la T global T_{b2}.



Luego se efectúan experiencias con tubos de diferentes longitudes, L_B, L_C, etc.

Serie de experiencias para tener coeficientes de T-C.

Se desea conocer h_1, h_a, h_{ln} y el valor de h_{loc}, a la salida como una función L/D, si el flujo de aire es w= kg h.

Solución: Un balance (macroscópico) de E aplicado a la longitud L calentada en una experiencia cualquiera, para E-E y Ĉp=cte. conduce a:

$$Q = w\ \hat{C}_p\,(T_{b2}-T_{b1}) \qquad \textbf{(A)}$$

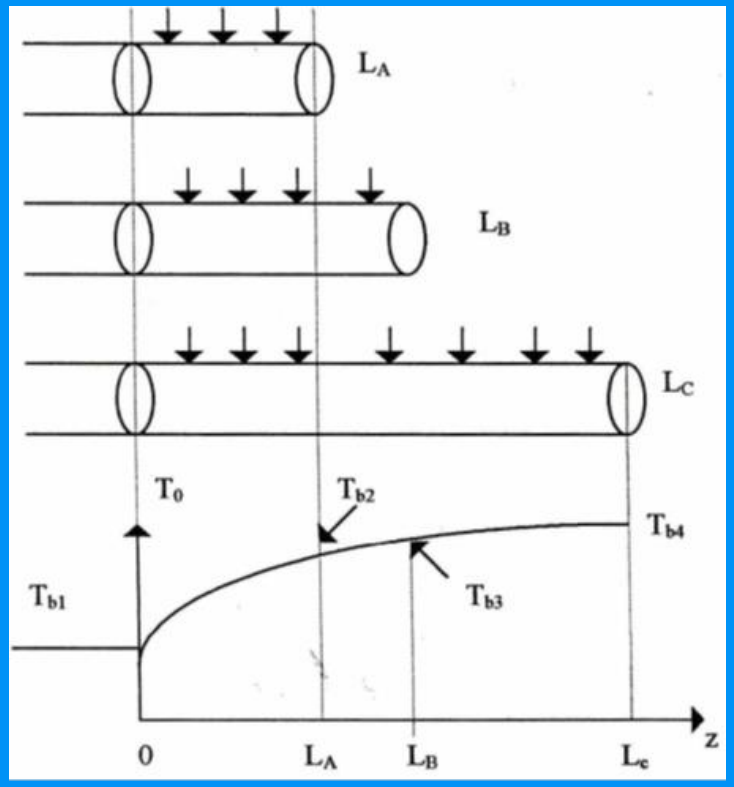
Teniento en cuenta que:

$$Q = h_1\,(\pi DL)\,(T_{01} - Tb_1) \qquad \textbf{(B)}$$

Combinando (A) con (B)

$$w\ \hat{C}_p\,(T_{b2}-T_{b1}) = h_1\,(\pi DL)\,(T_{01} - Tb_1)$$

$$\text{luego} \quad h_1 = \frac{w\,\hat{C}p\,(T_{b2} - T_{b1})}{\pi DL\left(T_0 - T_{b1}\right)} \qquad \textbf{(3.21)}$$



Si operamos en forma similar, combinando A con 3.15, obtenemos:

$$Q = w\,\hat{C}_p\,(T_{b2} - T_{b1}) \qquad \text{A}$$

$$\text{b)}\ Q = h_a(\pi DL)\frac{(T_{01} - T_{b1}) + (T_{02} - T_{b2})}{2} \qquad (3.15)$$

$$h_a = \frac{w\hat{C}_p(T_{b2} - T_{b1})}{\left(\pi DL\left[\frac{(T_0 - T_{b1}) + (T_0 - T_{b2})}{2}\right]\right)} \qquad (3.22)$$

$$\boxed{h_a = \frac{w\hat{C}_p(T_{b2} - T_{b1})}{\pi DL(T_0 - T_b)_a}} \qquad (3.23)$$

Del mismo modo para h_{ln} combinando A con 3.16

$$\text{c)}\ Q = h_{ln}(\pi DL)\frac{(T_{01} - T_{b1}) + (T_{02} - T_{b2})}{\ln\frac{(T_{01} - T_{b1})}{(T_{02} - T_{b2})}} \qquad (3.16)$$

(3.24)

$$\boxed{h_{loc} = \frac{w\hat{C}_p(T_{b2} - T_{b1})}{\pi DL(T_0 - T_b)_{ln}}}$$

Para evaluar h_1 se construye una curva continua con los datos experimentales, $T_b(z)$ representa la variación de la T global con z en el tubo más largo. De forma que la ecuación (A) se transforma en:

$$Q(z) = w\,\hat{C}_p\left(T_b(z) - T_{b1}\right) \qquad (3.25)$$

Si derivamos esta expresión respecto a z tenemos

$$\frac{dQ(z)}{dz} = w\hat{C}_p\frac{dT_b}{dz} \qquad (3.26)$$

luego la combinamos con la ecuación (3.14)

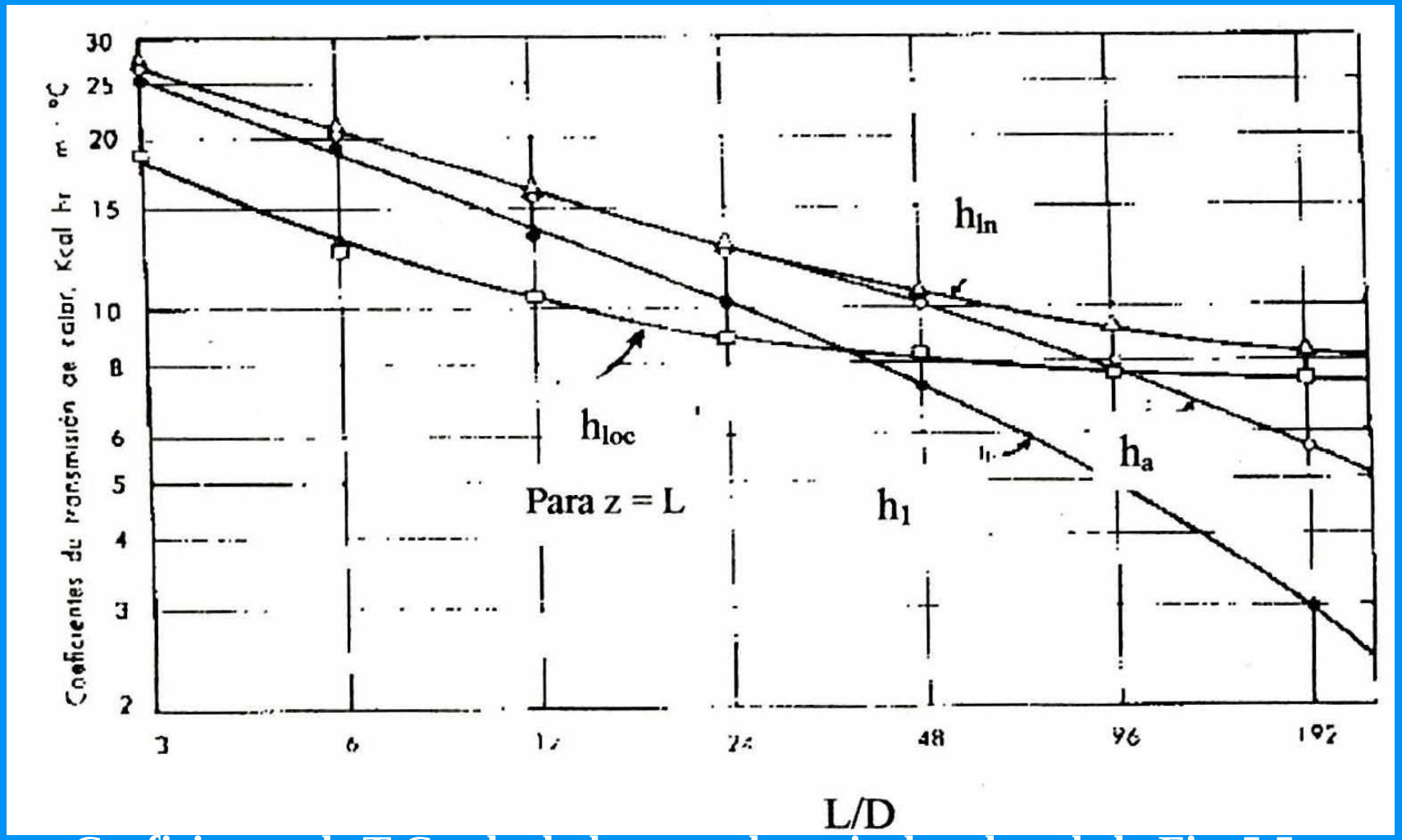
$$w\hat{C}_p\frac{dT_b}{dz} = h_{loc}\pi D\left(T_0 - T_b\right) \qquad (3.27)$$

luego h_{loc}, será:

$$h_{loc} = \frac{w\hat{C}_p}{\pi D}\left(\frac{dT_b}{dz}\right)\frac{1}{T_0 - T_b} \qquad (3.28)$$

Si T_0 = cte. se transforma

$$h_{loc} = \frac{w\hat{C}_p}{\pi D}\frac{d\left[\ln\left(T_0 - T_b\right)\right]}{dz}$$



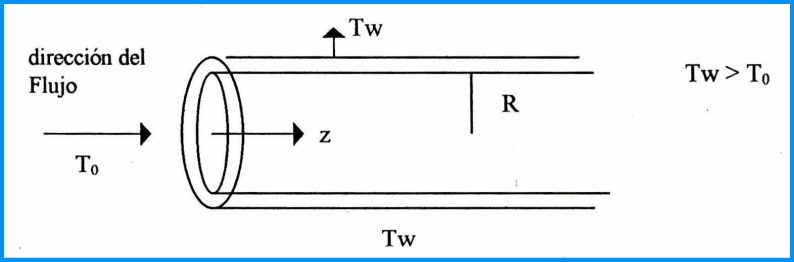
Coeficientes de T-C calculados para la serie de tubos de la Fig. 5.5

Todos los coeficientes ↓ al ↑ L/D pero h_{loc} y h_{ln}, varían menos que los otros y tienden a una asíntota común al ↑ L/D. Para flujo turbulento el comportamiento es similar pero h_{loc} tiende mucho más rápido hacia la asíntota.

Coeficientes de T-C para convección forzada en tubos

Por ejemplo para la Figura siguiente, vamos a suponer que las propiedades físicas k, μ, ρ, C_p son ctes. Para un tubo de radio R y longitud L, el flujo total de calor que pasa al fluido por la pared del tubo es:

$$Q = \int_0^L \int_0^{2\pi} \left(+k \frac{dT}{dr} \right) \Bigg|_{r=R} R \, d\theta \, dz \qquad (3.29)$$



válida para flujo laminar o turbulento

El signo (+) se debe a que comunica calor al sistema en la dirección de las r negativas. Por la ecuación (3.14) podemos igualar

$$a)\ Q = h_1 (\pi D L) (T_{01} - Tb_1) \qquad (3.14)$$

$$h_1 (\pi D L)(T_0 - T_{b1}) = \int_0^L \int_0^{2\pi} \left(k \frac{dT}{dr} \right) \Bigg|_{r=R} R \, d\theta \, dz$$

(3.30)

$$h_1 = \frac{\int_0^L \int_0^{2\pi} \left(k \frac{dT}{dr} \right) \Big|_{r=R} R \, d\theta \, dz}{(\pi D L)(T_0 - T_{b1})}$$

Se introducen ahora las variables adimensionales

$$r^* = \frac{r}{D} \quad ; \quad z^* = \frac{z}{D} \quad ; T^* = \frac{T - T_0}{T_{b1} - T_0}$$

$$\text{y el N° de Nusselt } Nu_1 = \frac{h_1 D}{k} = \frac{\text{Transferencia total de calor}}{\text{Transferencia de calor por conduccion}}$$

Multiplicando la ecuación (3.14) por D/k queda

$$Nu_1 = \frac{D}{k\pi DL(T_0 - T_{b1})} \int_0^L \int_0^{2\pi} \left(k \frac{dT}{dr} \right) \Bigg|_{r=R} R \, d\theta \, dz \qquad (3.31)$$

Operando

$$z^* = z/D \qquad D\,z^* = z \qquad Ddz^* = dz$$

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_{b1} - T_0} \rightarrow T^*(T_{b1} - T_0) = T - T_0 \qquad \frac{\partial}{\partial r^*} = D\frac{\partial}{\partial r} \rightarrow \frac{\partial}{\partial r^*}\frac{1}{D} = \frac{\partial}{\partial r}$$

$$\frac{\partial(T - T_0)}{\partial r} = \frac{1}{D}(T_{b1} - T_0)\frac{\partial T^*}{\partial r^*} = \frac{1}{D}(T_{b1} - T_0)\left(-\frac{\partial T^*}{\partial r^*}\right) \qquad (3.32)$$

Entonces,

$$T^* = \frac{T - T_0}{T_{b1} - T_0} \rightarrow T^*(T_{b1} - T_0) = T - T_0 \qquad \frac{\partial}{\partial r^*} = D\frac{\partial}{\partial r} \rightarrow \frac{\partial}{\partial r^*}\frac{1}{D} = \frac{\partial}{\partial r}$$

$$\frac{\partial(T - T_0)}{\partial r} = \frac{1}{D}(T_{b1} - T_0)\frac{\partial T^*}{\partial r^*} = \frac{1}{D}(T_{b1} - T_0)\left(-\frac{\partial T^*}{\partial r^*}\right)$$

$$Nu_1 = \frac{\cancel{k}\, D^{\cancel{2}}\cancel{(T_0 - T_{b1})}}{2\cancel{k}\,\pi D^{\cancel{2}} L\cancel{(T_0 - T_{b1})}} \int_0^{L/D}\int_0^{2\pi}\left(-\frac{dT^*}{dr^*}\right)\Bigg|_{r^*} d\theta^*\, dz^*$$

(3.33)

Es decir,

$$Nu_1 = \frac{1}{2\pi L/D}\int_0^{L/D}\int_0^{2\pi}\left(-\frac{dT^*}{dr^*}\right)\Bigg|_{r^*} d\theta^*\, dz^*$$

(3.34)

Por lo tanto el Nu es en realidad un gradiente adimensional de T promediado sobre la superficie del tubo.

Para evaluar el gradiente de T dimensional se realiza diferenciando la expresión de T* obtenida al resolver las siguientes ecuaciones:

$$(\nabla^* v) = 0$$

Ec. Continuidad

$$\frac{Dv^*}{Dt^*} = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re}\nabla^{*2} v^* + \frac{1}{Fr} g^* \qquad \text{Ec. de Cant. de Mov}$$

$$\frac{DT^*}{Dt^*} = \frac{1}{Re\,Pr}\nabla^{*2} T^* + \frac{Br}{Re\,Pr}\phi_v^* \qquad \text{Ec. de Energía}$$

$$(\nabla^* v) = 0$$

$$\frac{Dv^*}{Dt^*} = -\nabla^* p^* + \frac{1}{Re}\nabla^{*2} v^* + \frac{1}{Fr} g^* \qquad \text{Ec. de Cant. de Mov}$$

$$\frac{DT^*}{Dt^*} = \frac{1}{Re\,Pr}\nabla^{*2} T^* + \frac{Br}{Re\,Pr}\phi_v^* \qquad \text{Ec. de Energía}$$

Con las siguientes condiciones límites

$z^* = 0$	$v^* =$ una determ. función de r^*, θ
$r^* = 1/2$	$v^* = 0$
$z^* = 0$	$p^* = 0$

$r^* = 0$	
$z^* = 0$	$T^* = 1$
$r^* = 1/2$	$T^* = 0$

A partir de los grupos adimensionales que aparecen en las ecuaciones diferenciales y teniendo en cuenta que en las condiciones límites no intervienen grupos adimensionales se puede concluir que:

$$T^* = T^*(r^*.\ \theta.\ z^*.\ Re.\ Pr.\ Br) \qquad (3.35)$$

Si volvemos a la ecuación (3.34) se obtiene al sustituir (3.35)

$$Nu_1 = Nu_1\,(Re, Pr, Br, L/D)$$

En la mayoría de los casos prácticos los efectos viscosos son despreciables entonces el número de Brickman se desprecia.

$$Nu_1 = Nu_1 (Re, Pr, L/D) \qquad (3.36)$$

Por lo tanto el análisis dimensional nos revela que para convección forzada en tubos con la T de la pared constante y el coeficiente de transmisión de calor h_l puede correlacionarse en función de un grupo adimensional Nu_l que depende del Re, Pr y el factor geométrico L/D. De igual forma puede demostrarse que:

$$Nu_a = Nu_a (Re, Pr, L/D)$$

$$Nu_{ln} = Nu_{ln} (Re, Pr, L/D)$$

$$Nu_{loc} = Nu_{loc} (Re, Pr, L/D$$

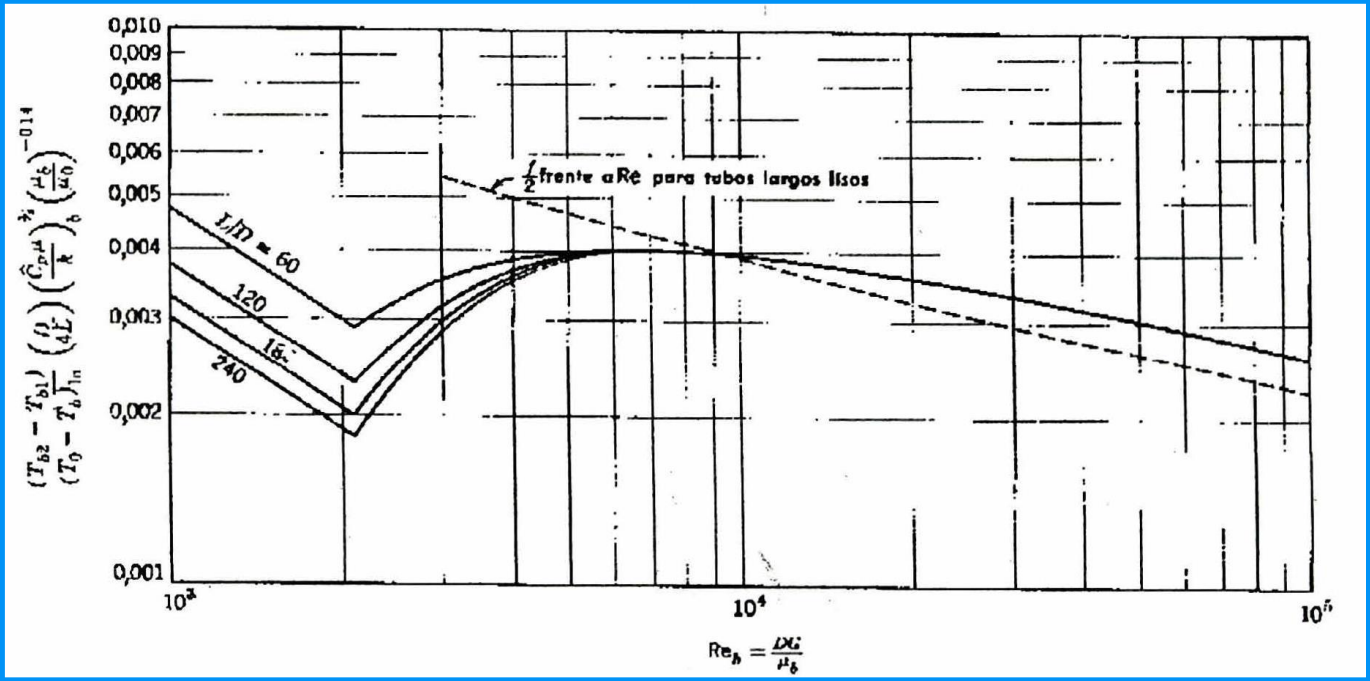
Hasta aquí se ha considerado las propiedades físicas constantes en el intervalo de T existente en el sistema. Siendo μ y ρ las más importantes. Si ρ varía puede tener lugar algo de convección libre y tendríamos que añadir el N° de Grashof. Si μ varía con la T se incluye un grupo adimensional (μ_b/μ_0 siendo: μ_b, la μ para un cierto valor medio de Tb y μ_0 la μ en la superficie del sólido.

Por esto en algunas correlaciones de los N° de los Nusselt aparece

$$Nu = Nu\,(Re, Pr, L/D, (\mu_b/\mu^0)) \qquad (3.37)$$

Propuesta por Seider y Tote

Vamos a considerar las correlaciones más conocidas que se han obtenido para la transmisión de calor en tubos



Coeficientes de T-C para flujo totalmente desarrollado en tubos lisos

Se ha representado la correlación de Seider y Tate para flujo desarrollado en tubos lisos con T de pared prácticamente constante.

- <u>Para flujos altamente turbulentos</u>: las curvas L/D > 10 convergen hacia una línea única la ecuación de esta línea para $Re_b > 20.000$.

$$(Nu)ln = 0{,}026\ Re^{0{,}8}\ Pr^{1/3}\ (\mu_b/\mu^0)0{,}14 \qquad (3.38)$$

que reproduce los datos experimentales existentes con un error del 20% en el intervalo Re: 10^4 a 10^5, Pr: 0,6 a l00 y L/D>10.

- <u>Para flujo laminar</u>: la ec. dan líneas.

$$(Nu)ln = 1{,}86\ (Re\ Pr\ L/D)^{1/3}\ (\mu_b/\mu_0)^{0{,}14} \qquad (3.39)$$

<u>Zona de transición</u>: que se extiende aproximadamente desde Re: 2100 a 10000, se evita operar en ella en trabajos de diseño.