

Trabajo Práctico N°2

1. Indique si cada una de las siguientes expresiones es o no un polinomio.

a. $p(x) = 2x - 4x^2 - 3$

b. $q(x) = x^{-1} + x^2$

c. $s(t) = 3t^2 + 6$

d. $u(x, y) = 2xy + 4x - 3y + y^{-2}$

e. $m(a) = \sqrt{2a} + a^2 - 5$

f. $t(a) = 5$

g. $u(y) = \frac{1}{y} + 2y - 5y^4$

h. $v(x) = 3 + \frac{1}{2}x - \sqrt{3}x^{10} + \frac{6}{7}x^2$

A. En las expresiones que no sean polinomios, explique el motivo

B. En las expresiones que son polinomios, indique: grado, si está completo y si está ordenado.

2. Ejecute las operaciones que se piden y simplifique.

a) $(3x^2 + x + 1) + (2x^2 - 3x - 5)$

b) $(3x^2 + x + 1) - (2x^2 - 3x - 5)$

c) $3(x - 1) + 4(x + 2)$

d) $2(2 - 5t) + t^2(t - 1) - (t^4 - 1)$

e) $\sqrt{x} \cdot (x - \sqrt{x})$

f) $(2x^2 + 3y^2)^2$

g) $(x^2 - a^2)(x^2 + a^2)$

h) $(1 + a^3)^3$

i) $(2x + 3) \cdot (x - 6)$

3. Calcule en cada caso el polinomio pedido:
- $P(x)$ que dividido por $(x + 1)$ tiene por cociente $C(x) = 3x^2 + 2x + 3$ y resto 2.
 - $R(x)$ que al sumarle $S(x) = -2x + 3 - x^2$ da como resultado $5x + 6$
 - $P(x)$ al multiplicarlo por $(x - 2)$ da como resultado $x^8 - 8$
4. Resuelva las siguientes divisiones, indique el cociente, resto y cuando sea posible verifique aplicando el Teorema del Resto:
- $(x^5 + 7x^3 - 5x + 1) : (x^3 + 2x)$
 - $(8x^4 - x^3 - 2 + x^2) : (x - 2)$
 - $(2x^4 - 3x^3) : (x + 2)$
5. Determine los números de a y b para que $P(x) = 5x^3 - 2x^2 + ax - b$ sea divisible por $(x) = x^2 + 1$.
6. Calcule "a" si el resto de la división de $P(x)$ por $Q(x)$ es:
- $(x) = x^4 + ax^3 - 3x^2 + 4x + 5$; $Q(x) = x + 1$; $R(x) = 3$
 - $(x) = x^5 + ax^3 + x - 1$; $Q(x) = x - 2$; $R(x) = 9$
7. Obtenga el factor común.
- $2x^4 + 4x^3 - 14x^2$
 - $(y - 6) + 9(y - 6)$
 - $-7x^4y^2 + 14xy^3 + 21xy^4$
8. Factorice el trinomio.
- $x^2 - 2x - 3$
 - $8x^2 - 14x - 15$
 - $x^2 - 6x + 5$
 - $6y^2 + 11y - 21$

9. Factorice la expresión agrupando términos.

a) $x^3 + 4x^2 + x + 4$

b) $2x^3 + x^2 - 6x - 3$

c) $-9x^3 - 3x^2 + 3x + 1$

d) $x^5 + x^4 + x + 1$

10. Factorice totalmente las expresiones.

a) $2x^2 + 5x + 3$

b) $5ab - 8abc$

c) $9x^2 - 36x - 45$

d) $x^2 - 36$

e) $49 - 4y^2$

f) $8x^3 + 125$

g) $3x^3 - 27x$

h) $y^3 - 3y^2 - 4y + 12$

i) $3x^3 + 5x^2 - 6x - 10$

j) $(x - 2)^2 - 9y^2$

k) $x^3 + x^2y - x - y$

l) $4x^2 + 2x - 2$

11. Simplifique la expresión racional.

a) $\frac{3(x+2)(x-1)}{6(x-1)^2}$

d) $\frac{y^2+y}{y^2-1}$

b) $\frac{x^2-x-2}{x^2-1}$

e) $\frac{1-x^2}{x^3-1}$

c) $\frac{x^2+6x+8}{x^2+5x+4}$

f) $\frac{1-3z^{-1}}{1-2z^{-1}-3z^{-2}}$

12. Resuelva la multiplicación o la división, y simplifique.

a) $\frac{4x}{x^2-4} \cdot \frac{x+2}{16x}$

e) $\frac{\frac{x^3}{x+1}}{\frac{x}{x^2+2x+1}}$

b) $\frac{4-x^2}{2x^2+2+x^3+x} : \frac{4-2x}{x^2+1}$

f) $\left(\frac{a^2-6a+9}{(a+3)^2}\right) : \left(\frac{a^3-3a^2}{a^2-9}\right)$

c) $\frac{x^2+2x-3}{x^2-2x-3} \cdot \frac{3-x}{3+x}$

g) $\left(\frac{1+x}{4+x}\right) : \left(\frac{3+2x-x^2}{x^2+x-12}\right)$

d) $\frac{t-3}{t^2+9} \cdot \frac{t+3}{t^2-9}$

13. Resuelva la adición o la sustracción y simplifique.

a) $\frac{2x-1}{x+4} - 1$

b) $\frac{1}{x+5} + \frac{2}{x-3}$

c) $\frac{x}{x-4} - \frac{3}{x+6}$

d) $\frac{x}{(x+1)^2} + \frac{2}{x+1}$

e) $\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3}$

f) $\frac{x}{x^2-x-6} - \frac{1}{x+2} - \frac{2}{x-3}$

g) $\frac{x^2-x-12}{x^4-64x} + \frac{x^2+3x+13}{x^3+4x^2+16x}$

h) $\frac{x^3-3x^2+x-3}{x^2-6x+9} - \frac{(x^2+9)(x+3)}{x^4-81} - \frac{9x+45}{x^2+2x-15}$

i) $\frac{x}{x+5} - \frac{1}{\frac{x^2}{25} + \frac{x}{5}}$

14. Dado $(x) = x^6 - 64$, indique si las siguientes afirmaciones son verdaderas o falsas. Justifique.

a) El binomio $(x) = x^3 + 8$ divide a (x) .

a) -2 es raíz de (x) .

b) El polinomio $(x) = x^2 + 2x + 4$ es múltiplo de (x) .

d) $(x) = (x^3 - 8)(x + 2)(x^2 - 2x + 4)$

e) $(-1) = 63$

Trabajo Práctico N°2

Ejercicios adicionales (con resultados):

Ejercicio N°1 : Aplique factor a los siguientes polinomios.

$$1) 4m^4n^2 - 8mn^2 + 14m^5n^4 = 2mn^2(2m^3 - 4 + 7m^4n^2)$$

$$2) \frac{4}{3}x - \frac{10}{3}y = \frac{2}{3}(2x - 5y)$$

$$3) \frac{1}{6}c^4 - \frac{1}{9}c^3 - \frac{1}{12}c^2 + \frac{2}{3}c = \frac{1}{3}c\left(\frac{1}{2}c^3 - \frac{1}{3}c^2 - \frac{1}{4}c + 2\right)$$

$$4) -8a^3b^3 + 4ab^8 + 16a^5b = -4ab(2a^2b^2 - b^7 - 4a^4) = 4ab(-2a^2b^2 + b^7 + 4a^4)$$

Ejercicio N°2: Aplique factor común en grupos a los siguientes polinomios.

$$1) ap + aq + bp + bq = (a + b)(p + q)$$

$$2) cd - 4d + 5c - 20 = (c - 4)(d + 5)$$

$$3) ax + cy - bx + ay + cx - by = (a - b + c)(x + y)$$

$$4) -xz - 5 + 5z + x = (5 - x)(z - 1)$$

Ejercicio N°3: Exprese los siguientes trinomios como cuadrados del binomio, cuando sea posible.

$$1) x^2 - 8x + 16 = (x - 4)^2$$

$$2) 16a^2b^4 + \frac{1}{9}x^6 - \frac{8}{3}ab^2x^3 = (4ab^2 - \frac{1}{3}x^3)^2$$

$$3) \frac{1}{4}t^2 + \frac{t}{3} - \frac{1}{9} = \text{no puede factorizarse}$$

$$4) 36a^2 - 12a + 1 = (6a - 1)^2$$

Ejercicio N°4: Exprese los siguientes cuatrinomios como cubos del binomio, cuando sea posible.

$$1) \frac{1}{8}x^6 + \frac{3}{4}x^4 + \frac{3}{2}x^2 + 1 = \left(\frac{1}{2}x^2 + 1\right)^3$$

$$2) x^3 - 9x^2 + 27x - 27 = (x - 3)^3$$

$$3) -27a^{12}b^6 - 9a^{12}b^4 - a^{12}b^3 - 27a^{12}b^5 = (-3a^4b^2 - a^4b)^3$$

Ejercicio N° 5: Aplique diferencia de cuadrados a los siguientes polinomios.

$$1) 16x^2 - 25y^2 = (4x - 5y)(4x + 5y)$$

$$2) 144 - x^2y^2 = (12 - xy)(12 + xy)$$

$$3) 36 - 25a^2 = (6 - 5a)(6 + 5a)$$

Ejercicio N°6: Aplique suma o restas de potencias de igual grado.

$$1) x^5 + 32 = (x + 2)(x^4 - 2x^3 + 4x^2 - 8x + 16)$$

$$2) y^5 - 1 = (y - 1)(y^4 + y^3 + y^2 + y + 1)$$

$$3) z^4 - 1 = (z - 1)(z^3 + z^2 + z + 1) \text{ ó } (z + 1)(z^3 - z^2 + z - 1)$$

$$4) x^6 + 1 \quad \text{no es factorizable}$$

Ejercicio N°7: Factorice totalmente la expresión.

Ayuda: empiece por factorizar la potencia más baja de cada factor común.

$$a) x^{5/2} - x^{1/2}$$

$$b) x^{-3/2} + 2x^{-1/2} + x^{1/2}$$

$$c) 2x^{1/3}(x - 2)^{2/3} - 5x^{4/3}(x - 2)^{-1/3}$$

Respuestas:

$$a. x^{\frac{1}{2}} \cdot (x + 1) \cdot (x - 1)$$

$$b. x^{-\frac{3}{2}} \cdot (1 - 2x^2 + x^4) = x^{-\frac{3}{2}} (x - 1)^2$$

$$c. x^{\frac{1}{3}} \cdot (x - 2)^{\frac{1}{3}} \cdot [2 \cdot (x - 2) - 5x] = x^{\frac{1}{3}} \cdot (x - 2)^{\frac{1}{3}} \cdot (-4 - 3x)$$

Ejercicio N°8: Simplifique la expresión. (Este tipo de expresión utilizarás en Cálculo I/ Elementos del Cálculo I)

$$a) \frac{(x+h)^{-3} - x^{-3}}{h}$$

$$\text{b) } \frac{\frac{1-(x+h)}{2+(x+h)} - \frac{1-x}{2+x}}{h}$$

$$\text{c) } \frac{3(x+2)^2(x-3)^2 - (x+2)^3 2(x-3)}{(x-3)^4}$$

$$\text{d) } \frac{2(1+x)^{1/2} - x(1+x)^{-1/2}}{x+1}$$

$$\text{e) } \frac{(1-x^2)^{1/2} - x^2(1-x^2)^{-1/2}}{1-x^2}$$

Respuestas

$$\text{a. } \frac{3x^2 + 3x + h^2}{x^3 \cdot (x+h)^3}$$

$$\text{b. } \frac{-x^2 + 2x - xh - 3h}{h \cdot (2+x) \cdot (2+x+h)}$$

$$\text{c. } \frac{(x+2)^2 \cdot [3 \cdot (x-3) + 2 \cdot (x+2)]}{(x-3)^3}$$

$$\text{d. } \frac{(x+1)^{\frac{1}{2}} \cdot (2-x)}{x+1}$$

$$\text{e. } \frac{(1-x^2)^{\frac{1}{2}} \cdot (1-2x^2)}{1-x^2}$$