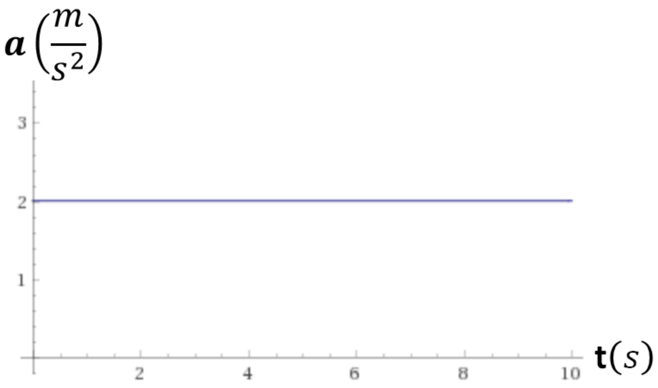
INGRESO – MÓDULO FÍSICA

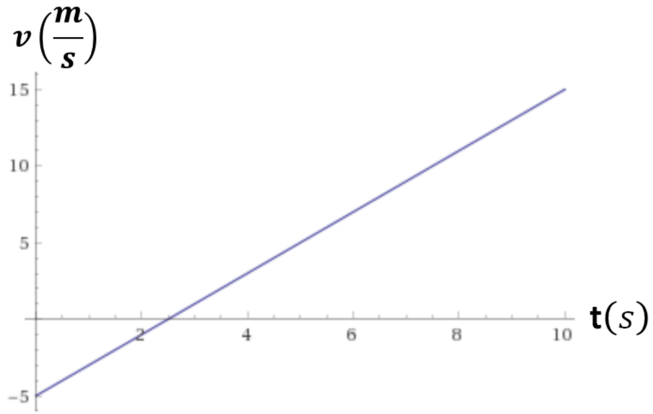
UNCUYO
UNIVERSIDAD NACIONAL DE CUYO

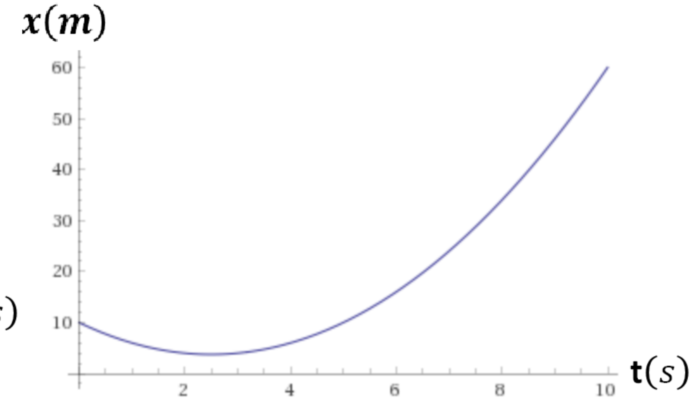
FCEN
FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
Naturaleza - Ciencia - Humanismo

4. MRUV – EJEMPLOS RESUELTOS
Ecuaciones y gráficas del MRUV

Veremos primero un ejemplo de MRUV donde se nos dan las gráficas de aceleración, velocidad y posición en función de tiempo correspondientes a un mismo movimiento observado, y se nos pide obtener a partir de ellas las correspondientes ecuaciones.







QUEREMOS OBTENER LOS DATOS NECESARIOS DE LAS GRÁFICAS PARA ESCRIBIR A LAS ECUACIONES

Aceleración en función de tiempo $a(t) = \ ?$

Velocidad en función de tiempo $v(t) = \ ?$

Posición en función de tiempo $x(t) = \ ?$

ECUACIONES DEL MRUV

EL TIEMPO t ES LA VARIABLE INDEPENDIENTE DE CADA UNA DE ESTAS ECUACIONES.

Aceleración en función de tiempo $a(t) = a$

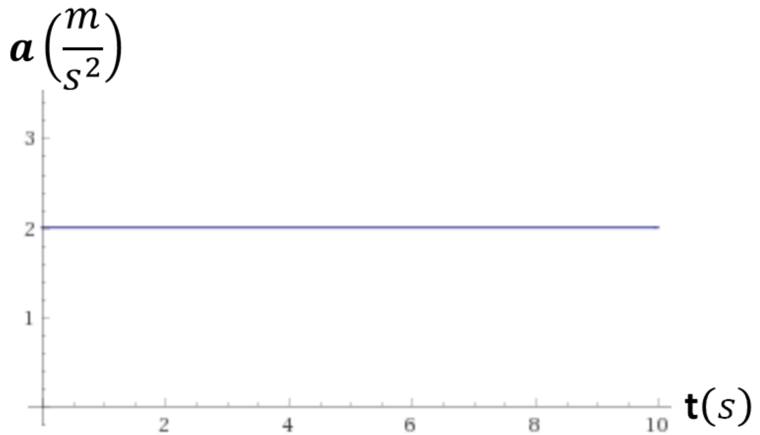
Velocidad en función de tiempo $v(t) = v_0 + a\,(t - t_0)$

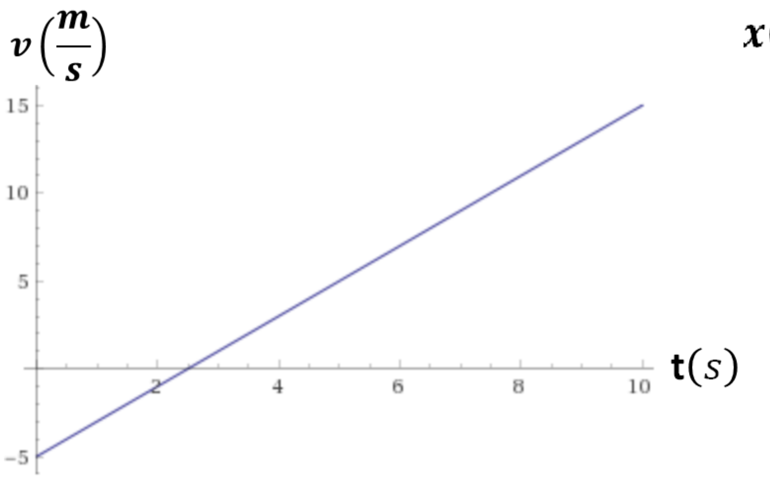
Posición en función de tiempo $x(t) = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$

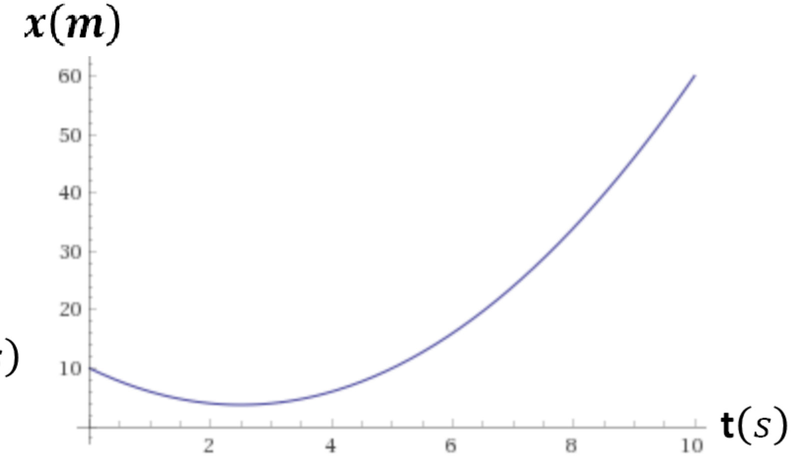
LOS DATOS NECESARIOS SON LOS MARCADOS EN COLOR EN LAS ECUACIONES

Ejemplo 1

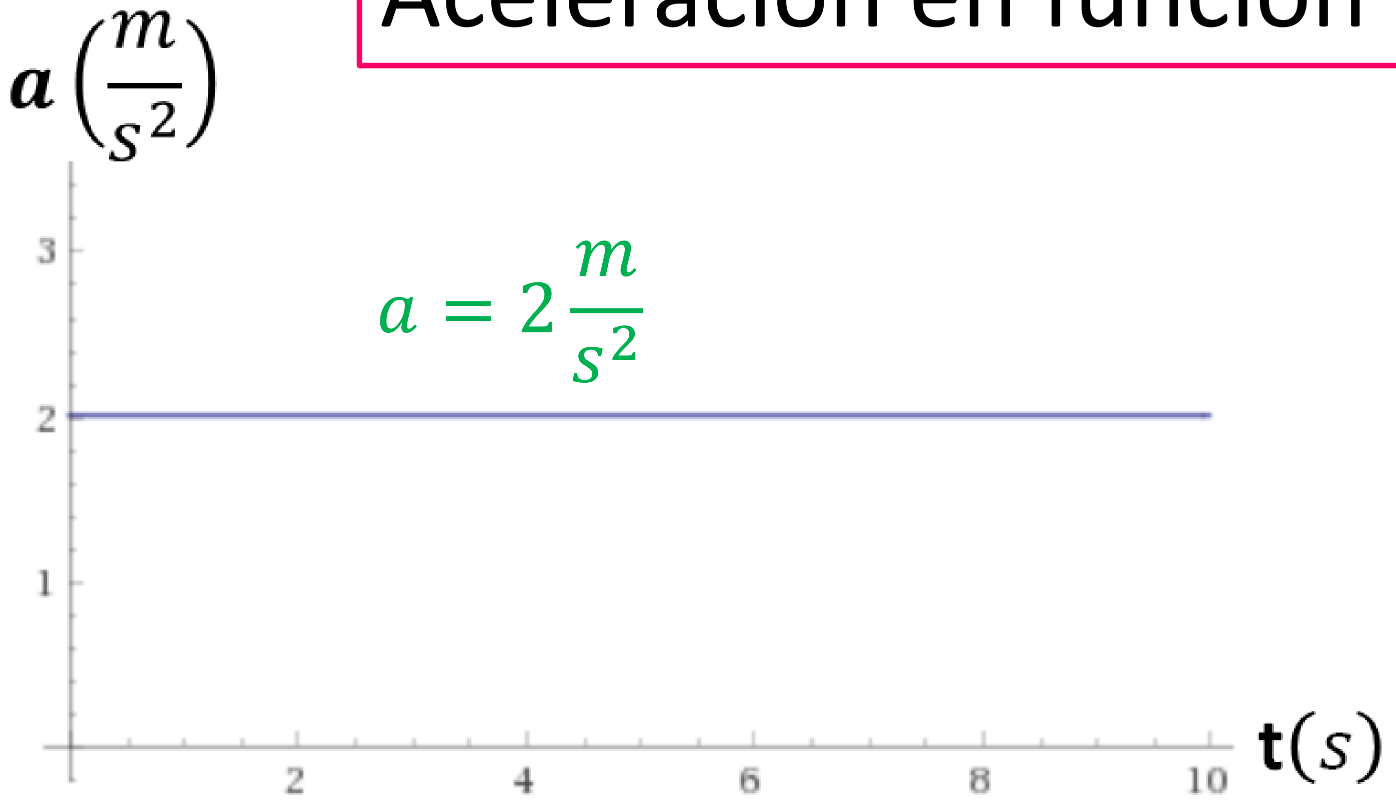
Enunciado: Las siguientes gráficas representan la aceleración, velocidad y posición de un móvil. Obtenga a partir de ellas las ecuaciones correspondientes para a(t), v(t) y x(t). Indique en qué intervalo de tiempo el movimiento fue acelerado y en cuál desacelerado.







Aceleración en función de tiempo

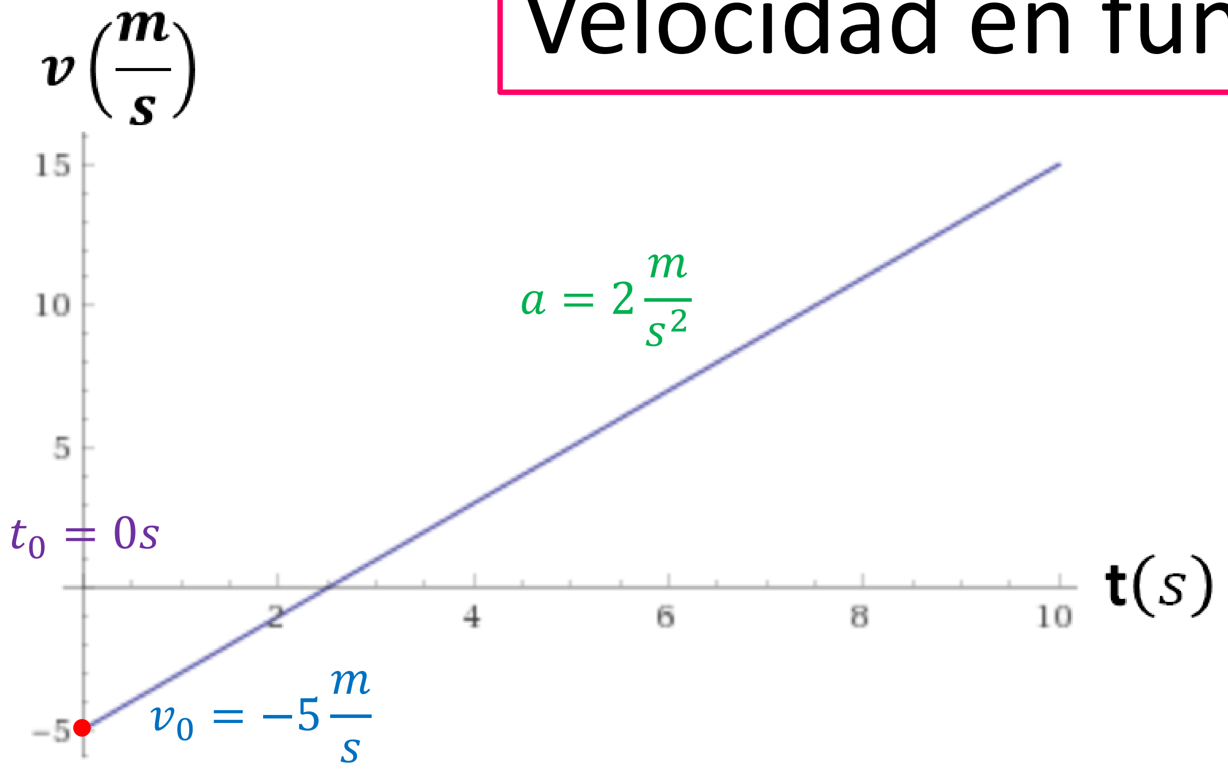


$$a(t) = a$$

$$\boxed{a(t) = 2\,\frac{m}{s^2}}$$

En primer lugar recordemos que la característica principal del MRUV es que la aceleración es **constante**. Por lo tanto la ecuación de aceleración en función de tiempo será una función constante, y su correspondiente gráfica será un segmento de **recta horizontal**, comprendido en el intervalo de tiempo en que fue observado el movimiento. En esta ecuación tan sencilla deberemos simplemente reemplazar el valor (magnitud, signo y unidades) de la aceleración del móvil. En este caso vemos que durante todo el movimiento la aceleración es $2\frac{m}{s^2}$. Reemplazamos este valor y obtenemos la ecuación correcta.

Velocidad en función de tiempo



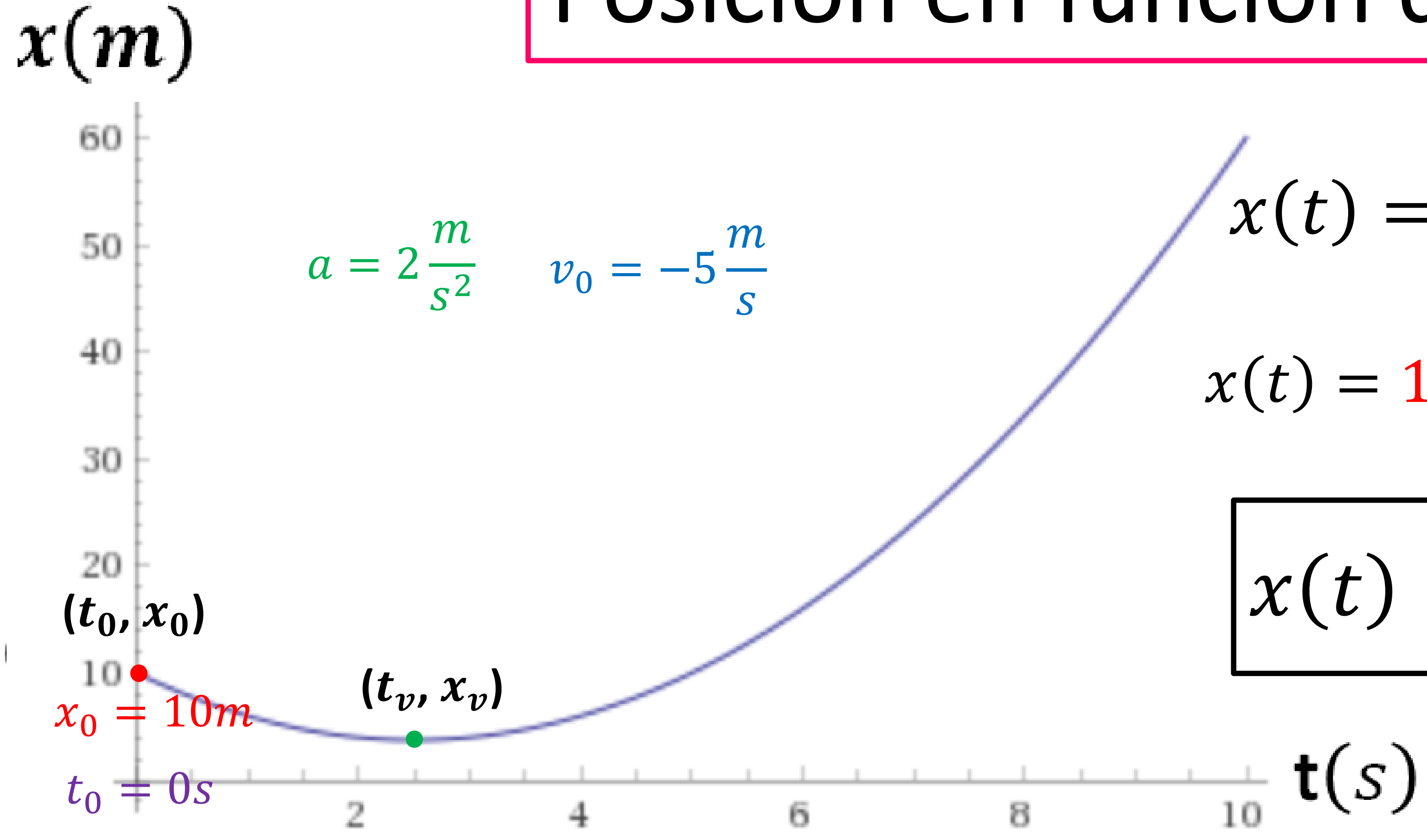
$$v(t) = v_0 + a\,(t - t_0)$$

$$v(t) = -5\frac{m}{s} + 2\frac{m}{s^2}\,(t - 0s)$$

$$\boxed{v(t) = -5\frac{m}{s} + 2\frac{m}{s^2}\;t}$$

En segundo lugar la ecuación de velocidad en función de tiempo, nos indica cómo cambia la velocidad (que es la variable dependiente de esta función), a medida que transcurre el tiempo (que es la variable independiente). Es una **función lineal** en t, y su gráfica será un segmento de **recta** comprendido en el intervalo de tiempo que fue observado el movimiento. Esta recta debe pasar por el **punto** $(\boldsymbol{t_0}, \boldsymbol{v_0})$, y su **pendiente** es igual a la **aceleración**. Por lo tanto cuando la aceleración sea positiva, la recta es creciente y cuando la aceleración sea negativa, la recta es decreciente. Debemos reemplazar en ella los valores indicados en color. La aceleración la conocemos a partir de la gráfica anterior, aunque también podemos obtenerla calculando la pendiente de la recta. La velocidad inicial es aquella que tiene el móvil en el tiempo inicial, es este caso $v_0 = -5\frac{m}{s}$ para $t_0 = 0s$. (punto indicado en rojo).

Posición en función de tiempo



$$x(t) = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

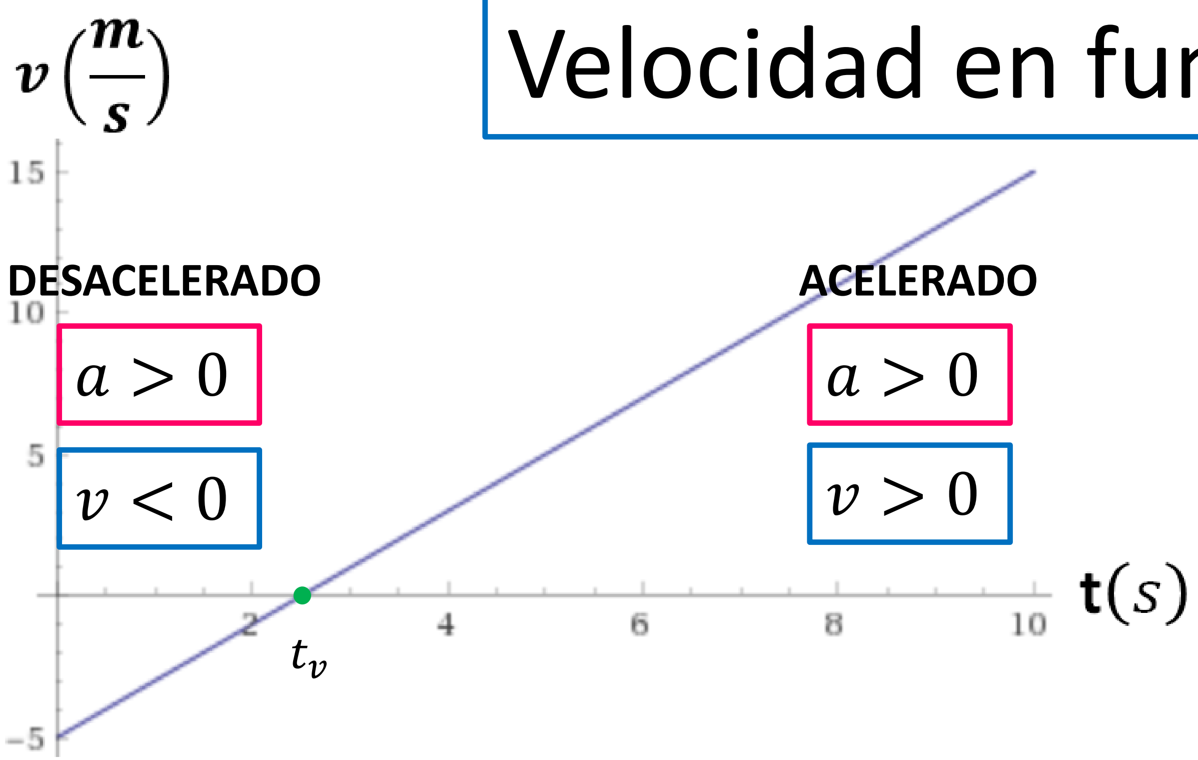
$$x(t) = 10m - 5\frac{m}{s}(t - 0s) + \frac{1}{2}\,2\frac{m}{s^2}(t - 0s)^2$$

$$\boxed{x(t) = 10m - 5\frac{m}{s}\; t + 1\frac{m}{s^2}\; t^2}$$

Finalmente, la ecuación de posición en función de tiempo, nos indica cómo cambia la posición (variable dependiente de esta función), a medida que transcurre el tiempo (variable independiente). Es una **función cuadrática** en t, y su gráfica será una porción de **parábola** comprendida en el intervalo de tiempo que fue observado el movimiento.

Debemos reemplazar en ella los valores indicados en color. La aceleración y la velocidad inicial las conocemos a partir de la gráfica anterior. La posición inicial es aquella que tiene el móvil en el tiempo inicial, en este caso es $x_0 = 10m$ para $t_0 = 0s$. (punto indicado en rojo).

Velocidad en función de tiempo



$$v(t) = -5\,\frac{m}{s} + 2\,\frac{m}{s^2}\;t$$

$$0 = -5\,\frac{m}{s} + 2\,\frac{m}{s^2}\;t_v$$

$$5\,\frac{m}{s} = 2\,\frac{m}{s^2}\;t_v$$

$$t_v = 2{,}5s$$

A partir de esta gráfica es sencillo analizar en qué intervalo de tiempo el movimiento fue **acelerado** y en cual **desacelerado.** Para ello debemos analizar la **relación entre los signos de velocidad y aceleración**. Notemos que la aceleración en este caso es siempre positiva, en cambio la velocidad es negativa hasta el instante en que la recta corta al eje horizontal, y luego es positiva. El tiempo t_v para el cual la velocidad es cero y la recta corta al eje horizontal, se puede calcular a partir de la ecuación de velocidad, igualando la velocidad a cero, y despejando el tiempo. En este caso t_v=2,5s.

En el intervalo de tiempo **(0 ; 2,5)s** la aceleración y la velocidad tuvieron signos opuestos, por lo tanto el movimiento fue **DESACELERADO**. Notemos que en este intervalo el módulo de la velocidad se redujo.
En el intervalo de tiempo **(2,5 ; 10)s** la aceleración y la velocidad tuvieron signos iguales, por lo tanto el movimiento fue **ACELERADO**. Notemos que en este intervalo el módulo de la velocidad aumentó.

Ejemplo 2

Veamos ahora un segundo ejemplo, donde esta vez nos dan los datos del problema, y a partir de ellos debemos hallar las ecuaciones de aceleración, velocidad y posición en función de tiempo, y posteriormente construir las gráficas a partir de esos datos.

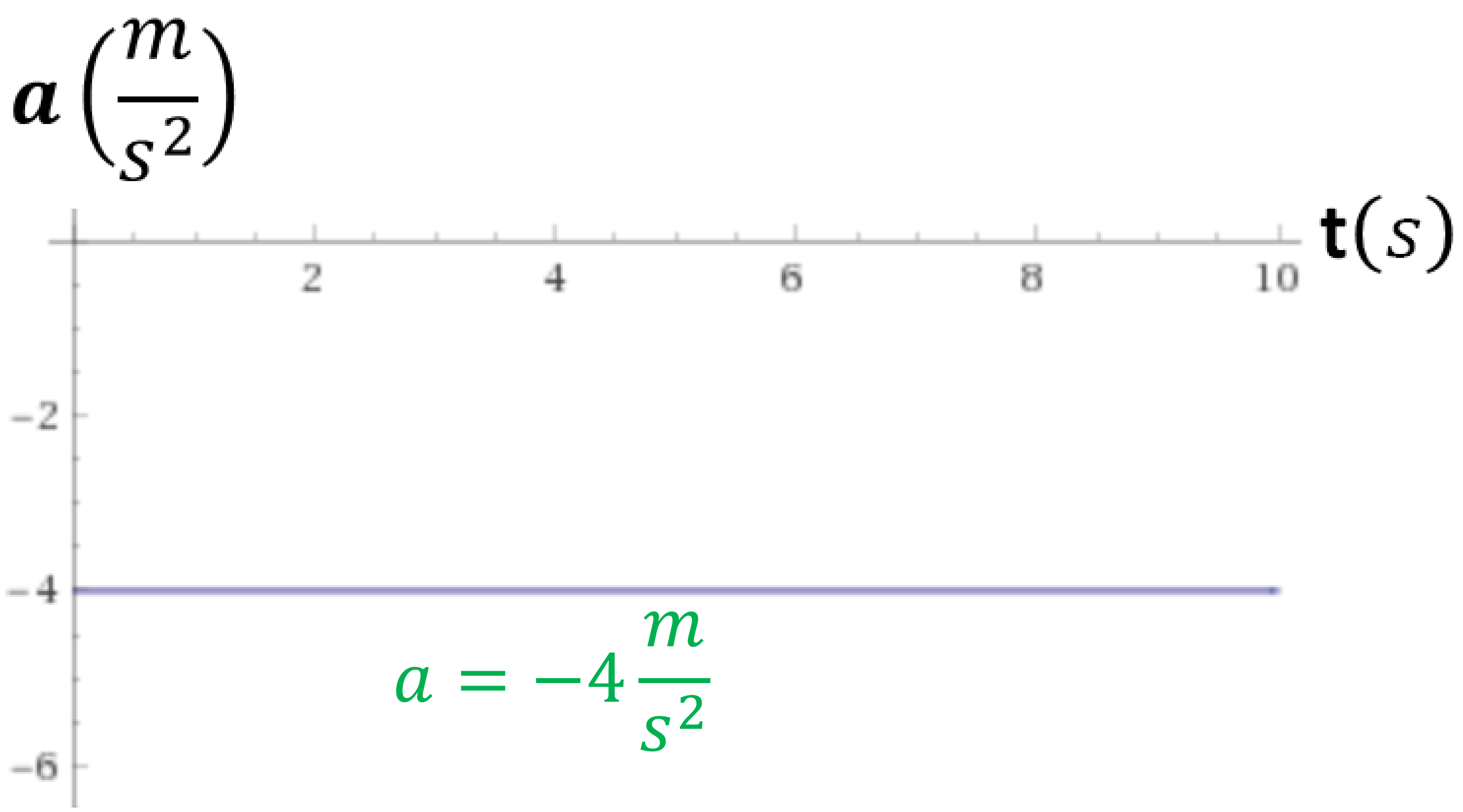
Enunciado: Un móvil parte al tiempo $0s$ de la posición $0m$ con una velocidad de $10m/s$ en el sentido positivo. Se mueve durante $10s$ con una aceleración constante de $4\,\mathrm{m}/s^2$ en sentido negativo. Hallar las ecuaciones de aceleración, velocidad y posición en función de tiempo, y graficar. Indicar en qué intervalo de tiempo el movimiento fue acelerado y en cuál desacelerado.

DATOS: $t_0 = 0s$ $\quad \Delta\mathrm{t} = 10s \quad \Rightarrow \quad t_f = \Delta\mathrm{t} + t_0 = 10s$

$$x_0 = 0m \qquad a = -4\frac{m}{s^2}$$

$$v_0 = 10\frac{m}{s}$$

Aceleración en función de tiempo

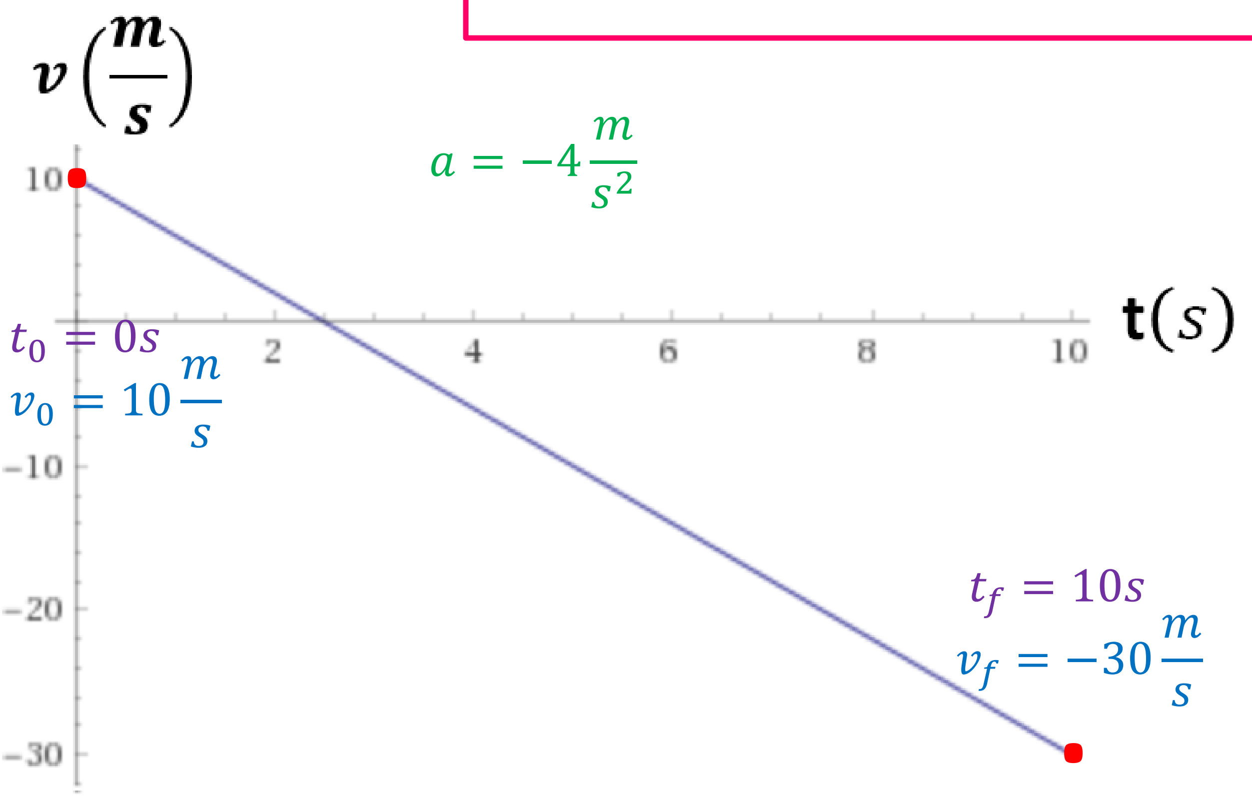


$$a(t) = a$$

$$\boxed{a(t) = -4\frac{m}{s^2}}$$

Reemplazamos primero el valor de aceleración en su ecuación.
Graficamos luego un segmento de recta horizontal, a la altura $-4\frac{m}{s^2}$, que empieza en el tiempo inicial (0s) y termina en el tiempo final (10s).

Velocidad en función de tiempo



$$v(t) = v_0 + a\,(t - t_0)$$

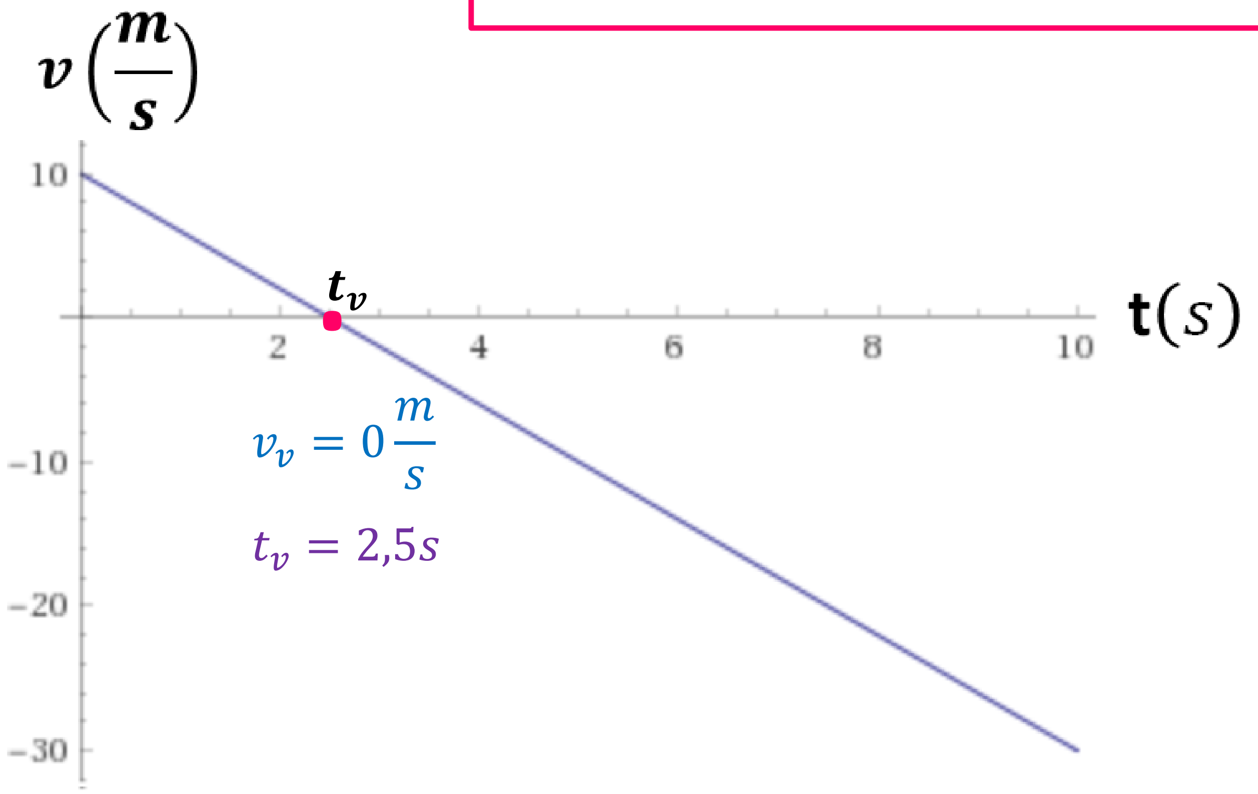
$$v(t) = 10\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}\,(t - 0s)$$

$$\boxed{v(t) = 10\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}\,t}$$

$$v_f = 10\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}\,t_f = 10\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}\,10s = 10\frac{m}{s} - 40\frac{m}{s} = -30\frac{m}{s}$$

Reemplazamos los valores de velocidad inicial, aceleración y tiempo inicial en la ecuación de velocidad en función de tiempo. Graficamos luego un segmento de recta que pasa por los dos puntos indicados en rojo: el punto inicial $(0s, 10m/s)$, y el final $(10s, -30m/s)$.

Velocidad en función de tiempo



$$\boxed{v(t) = 10\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}\ t}$$

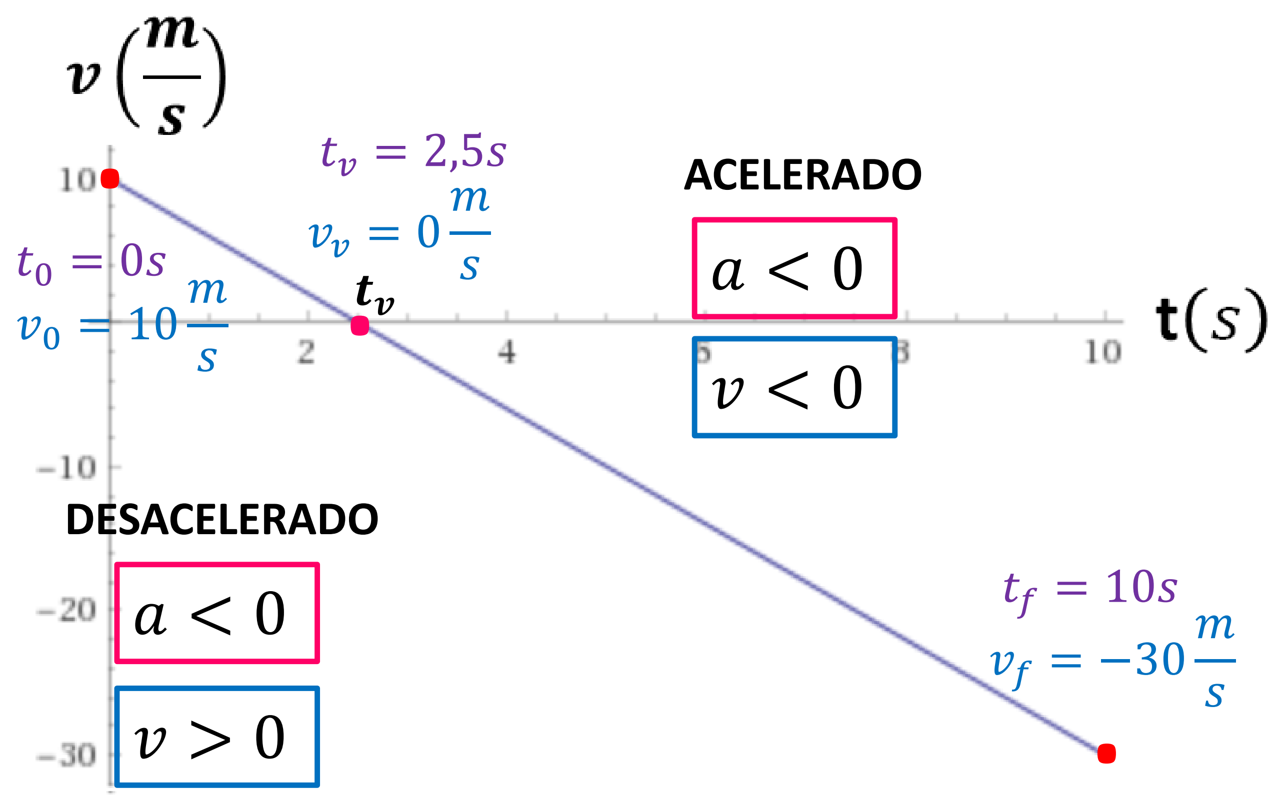
$$0 = 10\frac{m}{s} - 4\frac{m}{s^2}\,t_v \quad \Rightarrow \quad 10\frac{m}{s} = 4\frac{m}{s^2}\,t_v \quad \Rightarrow \quad \frac{10}{4}s = t_v \quad \Rightarrow \quad t_v = 2{,}5s$$

Otro punto importante, es el corte con el eje de tiempo, donde la velocidad se hace cero por un instante. Para hallarlo igualamos a cero la ecuación de velocidad y despejamos el tiempo, al que hemos llamado t_v.

Importante: ¡Ese tiempo será la ubicación del vértice de la parábola de posición en función de tiempo!

NOTA: No siempre habrá un valor de tiempo dentro del intervalo de movimiento observado en que esto ocurra.

Velocidad en función de tiempo



A partir de esta gráfica es sencillo analizar en qué intervalo de tiempo el movimiento fue **acelerado** y en cual **desacelerado**.

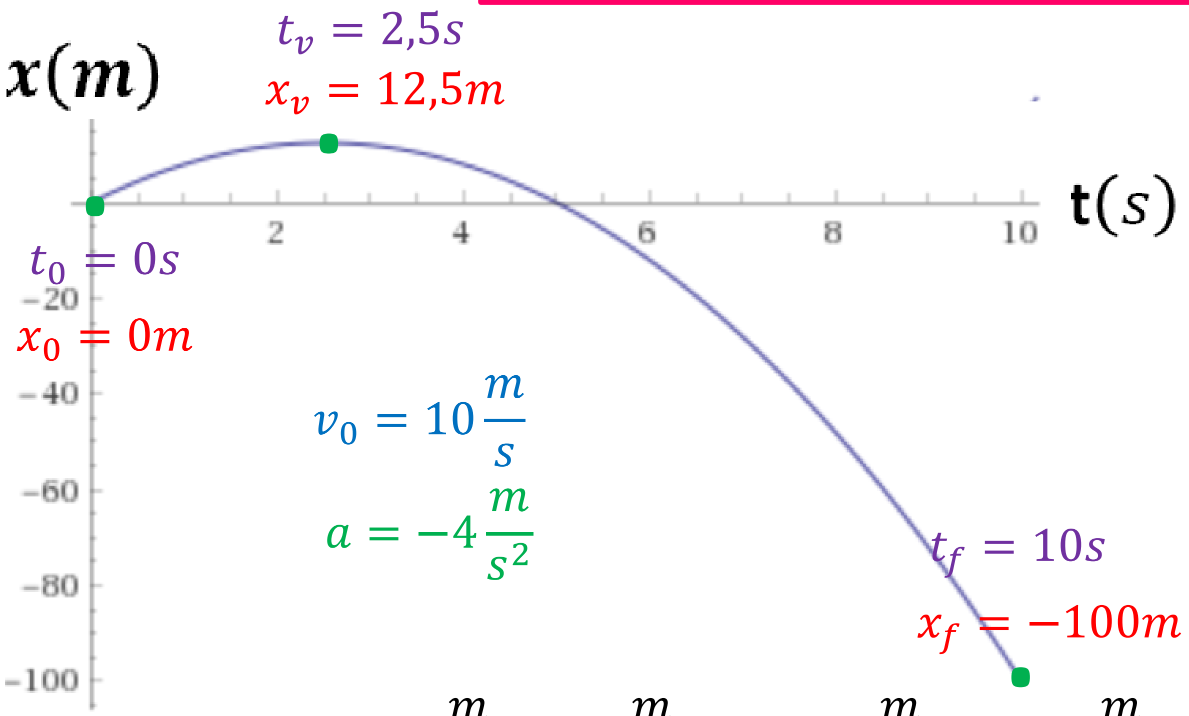
Para ello debemos analizar la **relación entre los signos de velocidad y aceleración**.

Notemos que la aceleración en este caso es siempre negativa, en cambio la velocidad es positiva hasta el instante en que la recta corta al eje horizontal, y luego es negativa.

El tiempo t_v para el cual la velocidad es cero y la recta corta al eje horizontal en este caso es t_v=2,5s.

En el intervalo de tiempo **(0 ; 2,5)s** la aceleración y la velocidad tuvieron signos opuestos, por lo tanto el movimiento fue **DESACELERADO**. Notemos que en este intervalo el módulo de la velocidad se redujo.
En el intervalo de tiempo **(2,5 ; 10)s** la aceleración y la velocidad tuvieron signos iguales, por lo tanto el movimiento fue **ACELERADO**. Notemos que en este intervalo el módulo de la velocidad aumentó.

Posición en función de tiempo



$$x(t) = x_0 + v_0\,(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$$

$$(t) = 0m + 10\frac{m}{s}(t - 0s) + \frac{1}{2}\left(-4\frac{m}{s^2}\right)(t - 0s)^2$$

$$\boxed{x(t) = 10\frac{m}{s}\,t - 2\frac{m}{s^2}\,t^2}$$

$$x_f = 10\frac{m}{s}t_f - 2\frac{m}{s^2}\,{t_f}^2 = 10\frac{m}{s}10s - 2\frac{m}{s^2}\,(10s)^2 = 100m - 200m = -100m$$

$$x_v = 10\frac{m}{s}t_v - 2\frac{m}{s^2}\,{t_v}^2 = 10\frac{m}{s}2{,}5s - 2\frac{m}{s^2}\,(2{,}5s)^2 = 25m - 12{,}5m = 12{,}5m$$

Reemplazamos los valores de posición inicial, velocidad inicial, aceleración y tiempo inicial en la ecuación de posición en función de tiempo, y hacemos las operaciones matemáticas necesarias para dejar la ecuación escrita como una función cuadrática de la variable t. Graficamos luego una porción de parábola que pasa por los tres puntos indicados en verde: el punto inicial $(0s, 0m)$, el final $(10s, -100m)$ y el vértice $(2{,}5s; 12{,}5m)$.