MOVIMIENTOS VERTICALES (SOLUCIONES)

Resolver los ejercicios usando $g = 9{,}8\, m/s^2$ y aproximando los resultados finales a tres cifras significativas cuando los mismos no sean exactos.

En todos los casos utilizaremos el sistema de referencia con el origen en el suelo y con sentido positivo hacia arriba, de forma tal que la aceleración será $-g$, donde $g = 9{,}8\, m/s^2$. Consideraremos también que $t_i = 0s$. Teniendo en cuenta lo anterior, nos valdremos de las siguientes fórmulas para resolver:

$$y_f = y_i + v_i\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2 \qquad (1)$$

$$v_f = v_i - g\, t \qquad (2)$$

$$v_f{}^2 - v_i{}^2 = -2g\, \Delta y \qquad (3) \qquad \text{donde } \Delta y = y_f - y_i$$

Puede haber varias estrategias diferentes para realizar un mismo ejercicio, por lo que si usted eligió una estrategia distinta a la expuesta en estas soluciones, en algún ejercicio, y no obtuvo el mismo resultado final, se recomienda consultar con los docentes.

1- Una bomba que se deja caer libremente desde un avión, tarda 10 segundos en dar en el blanco. ¿A qué altura volaba el avión?

Datos:
$y_f = 0m$ (el piso)
$v_i = 0m/s$ (Se trata de una caída libre, por lo tanto la velocidad inicial es cero.)
$t = 10s$
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
y_i (altura a la que volaba el avión)

Fórmula elegida: (1)

Despejando y_i en (1) :
$y_i = y_f - v_i\, t + \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Usando que $y_f = 0m$ y $v_i = 0m/s$:
$y_i = \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Reemplazando los valores:
$y_i = \frac{1}{2}\, 9{,}8 \frac{m}{s^2}\, (10s)^2 = \frac{1}{2}\, 9{,}8 \frac{m}{s^2} 100\, s^2 = \boldsymbol{490m}$

Respuesta: El avión volaba a $\boldsymbol{490m}$ de altura.

2- ¿Qué velocidad alcanza un cuerpo al cabo de 5 segundos de caída?

Datos:
$v_i = 0m/s$ (Se trata de una caída libre, por lo tanto la velocidad inicial es cero.)
$t = 5s$
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
v_f

Fórmula elegida: (2)

Despejando v_f en (2):
$v_f = v_i - g\, t$

Usando que $v_i = 0m/s$:
$v_f = - g\, t$

Reemplazando los valores:
$v_f = - 9{,}8 \frac{m}{s^2}\ 5s = \boldsymbol{-49m/s}$

Respuesta: Alcanza una velocidad de $\boldsymbol{49m/s}$ con sentido hacia abajo.

3- ¿Con qué velocidad llega un cuerpo al suelo que se deja caer desde una altura de 80m?

Datos:
$v_i = 0m/s$ (Se trata de una caída libre, por lo tanto la velocidad inicial es cero.)
$y_i = 80m$
$y_f = 0m$ (el piso)
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
v_f

Fórmula elegida: (3)

$$v_f^{\,2} - v_i^{\,2} = -2g\,(y_f - y_i)$$

Usando que $v_i = 0m/s$ y $y_f = 0m$:
$v_f^{\,2} = 2g\ y_i$

Despejando:
$v_f = \pm \sqrt{2g\ \ y_i}$

Reemplazando los valores:

$$v_f = \pm \sqrt{2\ \times 9{,}8 \frac{m}{s^2}\ \ 80m} = \pm \sqrt{1568 \frac{m^2}{s^2}}\ = \pm \sqrt{1568}\ \frac{m}{s} \approx\ \pm\ 39{,}6\ \frac{m}{s}$$

De estas soluciones vemos que la que tiene sentido físico es la de signo negativo, ya que el sentido de la velocidad final es hacia abajo.

$$\boldsymbol{v_f \approx -\ 39{,}6\ \frac{m}{s}}$$

Respuesta: Llega al suelo con una velocidad de aproximadamente $39{,}6\ \frac{m}{s}$ con sentido hacia abajo.

4- ¿Con qué velocidad se debe lanzar verticalmente un cuerpo para que alcance una altura de 490m?

Se trata de un tiro vertical. Para analizarlo tomaremos como momento inicial, el instante cuando el cuerpo es lanzado, y tomaremos como momento final, el instante en que alcanza su altura máxima, sabiendo que en ese instante su velocidad es cero.

Datos:
$v_f\ =\ 0m/s$
$y_i\ =\ 0m$
$y_f\ =\ 490m$
$g\ =\ 9{,}8\ m/s^2$

Incógnita:
v_i

Fórmula elegida: (3)

$$v_f{}^2 -\ v_i{}^2 =\ -2g\ (y_f -\ y_i)$$

Usando que $v_f\ =\ 0m/s$ y $y_i\ =\ 0m$:
$-\ v_i{}^2 =\ -2g\ y_f$

Multiplicando por (-1) miembro a miembro:
$v_i{}^2 =\ 2g\ y_f$

Despejando:
$v_i = \pm \sqrt{2g\ \ y_f}$

Reemplazando los valores:

$$v_i = \pm\sqrt{2\ \times 9{,}8\frac{m}{s^2}\ \ 490m} = \pm\sqrt{9604\frac{m^2}{s^2}} = \pm\sqrt{9604}\ \frac{m}{s} = \pm\, 98\ \frac{m}{s}$$

De estas soluciones vemos que la que tiene sentido físico es la de signo positivo, ya que el sentido de la velocidad inicial al arrojar el objeto en el tiro vertical es hacia arriba.

$$\boldsymbol{v_i = 98\ \frac{m}{s}}$$

Respuesta: Se debe lanzar con una velocidad de $\boldsymbol{98 m/s}$.

5- **¿Qué tiempo dura en el aire una piedra que se lanza verticalmente hacia arriba con velocidad de 24m/s?**

Se trata de un tiro vertical. Para analizarlo tomaremos como momento inicial, el instante cuando el cuerpo es lanzado desde altura cero, y tomaremos como momento final, el instante en que vuelve al suelo.

Datos:
$v_i = 24m/s$
$y_i = 0m$
$y_f = 0m$
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
t

Fórmula elegida: (1)

$$y_f = y_i + v_i\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

Usando que $y_i = 0m$, $y_f = 0m$:
$$0 = v_i\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$$

Sacando factor común t:
$$0 = (v_i\ - \frac{1}{2}\, gt\,)\, t$$

Usando que el tiempo que buscamos es distinto de cero, entonces:
$$0 = v_i\ - \frac{1}{2}\, gt$$

Despejando t:
$$t = \frac{2\, v_i}{g}$$

Reemplazando los valores:
$$t = \frac{2 \times 24 m/s}{9{,}8\ m/s^2} = \frac{2 \times 24}{9{,}8} \frac{m}{s} \frac{s^2}{m} \approx \boldsymbol{4{,}90s}$$

Respuesta: La piedra dura aproximadamente $\boldsymbol{4{,}90s}$ en el aire.

6- Un cuerpo se lanza verticalmente hacia arriba y alcanza una altura de 100 m. ¿Con qué velocidad se lanzó?

Se trata de un tiro vertical. Para analizarlo tomaremos como momento inicial, el instante cuando el cuerpo es lanzado, y tomaremos como momento final, el instante en que alcanza su altura máxima, sabiendo que en ese instante su velocidad es cero.

Datos:
$v_f = 0m/s$
$y_i = 0m$
$y_f = 100m$
$g = 9{,}8\ m/s^2$

Incógnita:
v_i

Fórmula elegida: (3)

$$v_f{}^2 - v_i{}^2 = -2g\ (y_f - y_i)$$

Usando que $v_f = 0m/s$ y $y_i = 0m$:
$$-v_i{}^2 = -2g\ y_f$$

Multiplicando por (-1) miembro a miembro:
$$v_i{}^2 = 2g\ y_f$$

Despejando:
$$v_i = \pm\sqrt{2g\ y_f}$$

Reemplazando los valores:
$$v_i = \pm\sqrt{2 \times 9{,}8 \frac{m}{s^2}\ 100m} = \pm\sqrt{1960 \frac{m^2}{s^2}} = \pm\sqrt{1960}\ \frac{m}{s} \approx \pm\ 44{,}3\ \frac{m}{s}$$

De estas soluciones vemos que la que tiene sentido físico es la de signo positivo, ya que el sentido de la velocidad inicial al arrojar el objeto en el tiro vertical es hacia arriba.

$$\boldsymbol{v_i \approx 44{,}3\ \frac{m}{s}}$$

Respuesta: Se lanzó con una velocidad inicial de aproximadamente $\mathbf{44,3}\boldsymbol{m/s}$.

7- **Una pelota es lanzada verticalmente hacia arriba desde el suelo. Un estudiante que se encuentra en una ventana ve que la pelota pasa frente a él con velocidad de 5,4m/s hacia arriba. La ventana se encuentra a 12 m de altura.**

Se trata de un tiro vertical. Para analizar este ejercicio tomaremos como momento inicial, el instante cuando la pelota pasa por la ventana del estudiante, por lo tanto tomaremos como velocidad inicial 5,4m/s y como posición inicial 12m. Consideraremos como momento final, el instante en que alcanza su altura máxima, sabiendo que en ese instante su velocidad es cero.

a) **¿Qué altura máxima alcanza la pelota?**

Datos:
$v_f = 0m/s$
$v_i = 5{,}4m/s$
$y_i = 12m$
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
y_f

Fórmula elegida: (3)
$${v_f}^2 - {v_i}^2 = -2g\,(y_f - y_i)$$

Usando que $v_f = 0m/s$:
$${v_i}^2 = 2g\,(y_f - y_i)$$

Despejando y_f:
$$\frac{{v_i}^2}{2g} = y_f - y_i$$
$$\frac{{v_i}^2}{2g} + y_i = y_f$$

Reemplazando los valores:
$$y_f = \frac{{v_i}^2}{2g} + y_i = \frac{(5{,}4\frac{m}{s})^2}{2 \times 9{,}8\frac{m}{s^2}} + 12m = \frac{(5{,}4)^2}{2 \times 9{,}8}\,\frac{m^2}{s^2}\frac{s^2}{m} + 12m = \frac{(5{,}4)^2}{2 \times 9{,}8}\,m + 12m$$
$$\approx \mathbf{13,5}\boldsymbol{m}$$

Respuesta: La altura máxima que alcanzará la pelota es aproximadamente $\mathbf{13,5}\boldsymbol{m}$.

b) ¿Cuánto tarda la pelota en llegar a la altura máxima desde que la ve el estudiante frente a él?

Datos:
$v_f = 0m/s$
$v_i = 5{,}4m/s$
$y_i = 12m$
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
t

Fórmula elegida: (2)
$v_f = v_i - g\, t$

Usando que $v_f = 0m/s$:
$0 = v_i - g\, t$

Despejando t en (2):
$t = \frac{v_i}{g}$

Reemplazando los valores:
$t = \frac{v_i}{g} = \frac{5{,}4m/s}{9{,}8\, m/s^2} = \frac{5{,}4}{9{,}8}\frac{m}{s}\frac{s^2}{m} = \mathbf{0{,}551s}$

Respuesta: La pelota tarda $\mathbf{0{,}551s}$ en llegar a la altura máxima desde que la vió el estudiante.

8- Un objeto es lanzado verticalmente hacia arriba. Cuando alcanza la mitad de la altura máxima su velocidad es de 24 m/s.

Se trata de un tiro vertical.

a. ¿Cuál es la altura máxima?

Para analizar este item tomaremos como momento inicial, el instante cuando la pelota pasa por la mitad de la altura máxima, por lo tanto tomaremos como velocidad inicial 24m/s y como posición inicial $y_i = y_{max}/2$. Consideraremos como momento final, el instante en que alcanza su altura máxima y_{max}, sabiendo que en ese instante su velocidad es cero.

Datos:
$v_f = 0m/s$
$v_i = 24m/s$
$y_i = y_{max}/2$
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
$y_f = y_{max}$

Fórmula elegida: (3)
$v_f{}^2 - v_i{}^2 = -2g\,(y_f - y_i)$

Usando que $v_f = 0m/s$:
$v_i{}^2 = 2g\,(y_f - y_i)$

Usando que $y_f = y_{max}$ y que $y_i = \frac{y_{max}}{2}$:

$$v_i{}^2 = 2g\,(y_{max} - \frac{y_{max}}{2})$$
$$v_i{}^2 = 2g\,\frac{y_{max}}{2}$$
$$v_i{}^2 = g\,y_{max}$$

Despejando y_{max}:
$$\frac{v_i{}^2}{g} = y_{max}$$

Reemplazando los valores:
$$y_{max} = \frac{v_i{}^2}{g} = \frac{(24\frac{m}{s})^2}{9{,}8\frac{m}{s^2}} = \frac{(24)^2}{9{,}8}\,\frac{m^2}{s^2}\frac{s^2}{m} = \frac{(24)^2}{9{,}8}m \approx \mathbf{58{,}8m}$$

Respuesta: La altura máxima que alcanzará el objeto es aproximadamente $\mathbf{58{,}8m}$.

b. ¿Qué tiempo tarda en alcanzarla?

Para analizar este ítem conviene resolver primero el c).

c. ¿Con qué velocidad se lanzó?

Para analizar este ítem tomaremos como momento inicial, el instante cuando la pelota se lanzó desde el suelo y como momento final, el instante en que alcanza su altura máxima y_{max}, sabiendo que en ese instante su velocidad es cero.

Datos:
$v_f = 0m/s$
$y_i = 0m$
$$y_f = y_{max} = \frac{(24)^2}{9{,}8}m \approx \mathbf{58{,}8m}$$

$g \ = \ 9{,}8 \, m/s^2$

Incógnita:
v_i

Fórmula elegida: (3)
$v_f{}^2 - \ v_i{}^2 = \ -2g \ (y_f - \ y_i)$

Usando que $v_f \ = \ 0m/s$ y que $y_i \ = \ 0m$:
$v_i{}^2 = \ 2g \ y_f$

Despejando v_i:
$v_i = \pm\sqrt{\ 2g \ \ y_f}$

Reemplazando los valores:

$$v_i = \pm\sqrt{2 \ \times 9{,}8 \frac{m}{s^2} \ \frac{(24)^2}{9{,}8} m} = \pm\sqrt{2 \ \times (24)^2 \ \frac{m^2}{s^2}} \ = \pm\sqrt{2} \ \times 24 \frac{m}{s} \approx \pm \ 33{,}9 \frac{m}{s}$$

De estas soluciones vemos que la que tiene sentido físico es la de signo positivo, ya que el sentido de la velocidad inicial al arrojar el objeto en el tiro vertical es hacia arriba.

$$\boldsymbol{v_i \ \approx \ 33{,}9 \frac{m}{s}}$$

Respuesta: Se lanzó con una velocidad inicial de aproximadamente $\boldsymbol{33{,}9 \frac{m}{s}}$.

Ahora nos resultará posible resolver el ítem b) ¿Qué tiempo tarda en alcanzar la altura máxima?

Para analizar este ítem tomaremos como momento inicial, el instante cuando la pelota se lanzó desde el suelo y como momento final, el instante en que alcanza su altura máxima y_{max}, sabiendo que en ese instante su velocidad es cero.

Datos:
$v_f \ = \ 0m/s$
$v_i \ = \ \sqrt{2} \ \times 24 \frac{m}{s} \approx \ 33{,}9 \frac{m}{s}$
$y_i \ = \ 0m$
$g \ = \ 9{,}8 \, m/s^2$

Incógnita:
t

Fórmula elegida: (2)
$v_f \ = \ v_i - \ g \ t$

Usando que $v_f = 0m/s$:
$0 = v_i - g\,t$

Despejando t en (2):
$t = \frac{v_i}{g}$

Reemplazando los valores:
$t = \frac{v_i}{g} = \frac{\sqrt{2} \times 24 m/s}{9{,}8\ m/s^2} = \frac{\sqrt{2} \times 24}{9{,}8} \frac{m}{s} \frac{s^2}{m} \approx \mathbf{3{,}46 s}$

Respuesta: El objeto tarda aproximadamente $\mathbf{3{,}46s}$ en llegar a la altura máxima.

d. ¿Qué tiempo tarda en alcanzar una velocidad de 24 m/s hacia abajo?

Para analizar este ítem tomaremos como momento inicial, el instante cuando la pelota se lanzó desde el suelo y como momento final, el instante en que alcanza una velocidad de 24m/s con sentido hacia abajo.

Datos:
$v_f = -24 m/s$
$v_i = \sqrt{2} \times 24 \frac{m}{s} \approx 33{,}9 \frac{m}{s}$
$g = 9{,}8\ m/s^2$

Incógnita:
t

Fórmula elegida: (2)
$v_f = v_i - g\,t$

Despejando t en (2):
$g\,t = v_i - v_f$
$t = \frac{v_i - v_f}{g}$

Reemplazando los valores:
$t = \frac{v_i - v_f}{g} = \frac{\sqrt{2} \times 24 \frac{m}{s} - (-\frac{24m}{s})}{9{,}8\ m/s^2} = \frac{\sqrt{2} \times 24 \frac{m}{s} + 24\frac{m}{s}}{9{,}8\ m/s^2} = \frac{\sqrt{2} \times 24 + 24}{9{,}8} \frac{m}{s} \frac{s^2}{m} \approx \mathbf{5{,}91 s}$

Respuesta: El objeto tarda aproximadamente $\mathbf{5{,}91s}$ en llegar a en alcanzar una velocidad de 24 m/s hacia abajo.

9- Se dispara desde lo alto de un edificio un pequeño cuerpo hacia arriba, de manera que vuelve a pasar por el sitio de disparo, pero ahora hacia bajo, 3 segundos después. Finalmente, a los 10 segundos de haber sido lanzada, llega al piso.

En el video de Movimientos Verticales puede ver una estrategia posible para resolverlo. Aquí expondremos otra estrategia diferente. Hay varias formas de resolver el ejercicio.

a) ¿Con qué velocidad fue disparado?

Para analizar este ítem tomaremos como momento inicial, el instante cuando el cuerpo fue lanzado desde la altura h del edificio, y como momento final, el instante en que volvió a pasar por el sitio de disparo en bajada, sabiendo que tendrá allí la misma velocidad que tuvo al ser lanzada pero con sentido hacia abajo.

Datos:
$v_f = -v_i$
$g = 9{,}8\, m/s^2$
$t = 3s$

Incógnita:
v_i

Fórmula elegida: (2)
$v_f = v_i - g\, t$

Usando que $v_f = -v_i$:
$-v_i = v_i - g\, t$

Despejando v_i:
$g\, t = v_i + v_i$
$g\, t = 2v_i$
$\frac{g\, t}{2} = v_i$

Reemplazando los valores:

$$v_i = \frac{g\, t}{2} = \frac{9{,}8\frac{m}{s^2}\ 3s}{2} = \frac{9{,}8 \times 3\frac{m}{s}}{2} = \mathbf{14{,}7 m/s}$$

Respuesta: La velocidad a la que fue disparado el cuerpo fue $\mathbf{14{,}7 m/s}$.

b) ¿Cuál fue su altura máxima?

Para analizar este ítem tomaremos como momento inicial, el instante cuando el cuerpo alcanzó la altura máxima, sabiendo que allí su velocidad es cero, y tomaremos como momento final, el instante en que llegó al suelo. De esta forma analizaremos sólo la parte de caída libre del cuerpo.

También utilizaremos el hecho de que al cuerpo le toma el mismo tiempo llegar desde la altura inicial h del edificio hasta la altura máxima y_{max} , que bajar desde esa altura máxima nuevamente hasta la altura h. Es decir que le toma $1{,}5s$ (la mitad de $3s$) subir hasta la altura máxima. Por lo tanto, sabiendo que el cuerpo tarda $10s$ en realizar todo el movimiento desde el momento de su lanzamiento hasta su caída al suelo, lo que tarda en caer desde la altura máxima al piso son $10s - 1{,}5s = 8{,}5s$.

Datos:
$y_f = 0m$ (el piso)
$v_i = 0m/s$ (Se trata de una caída libre, por lo tanto la velocidad inicial es cero.)
$t = 8{,}5s$
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
$y_i = y_{max}$ (altura máxima)

Fórmula elegida: (1)

Despejando y_i en (1) :
$y_i = y_f - v_i\, t + \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Usando que $y_f = 0m$ y $v_i = 0m/s$:
$y_i = \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Reemplazando los valores:
$y_i = \frac{1}{2}\, 9{,}8 \frac{m}{s^2}\, (8{,}5s)^2 = \frac{1}{2}\, 9{,}8 \frac{m}{s^2} 72{,}25\, s^2 = \mathbf{354{,}025m}$

Respuesta: La altura máxima alcanzada por el objeto respecto al suelo fue $\mathbf{354{,}025m}$**.**

c) ¿Cuánto mide el edificio?

Para analizar este ítem tomaremos como momento inicial, el instante cuando el cuerpo fue lanzado desde la altura h del edificio, y tomaremos como momento final, el instante en que llegó al suelo.

Datos:
$y_f = 0m$ (el piso)
$v_i = 14{,}7m/s$
$t = 10s$
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
$y_i = h$ (altura del edificio)

Fórmula elegida: (1)
$y_f = y_i + v_i\, t - \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Despejando $y_i = h$ en (1):
$h = y_f - v_i\, t + \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Usando que $y_f = 0m$:
$h = -\, v_i\, t + \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Reemplazando los valores:
$h = -14{,}7 \frac{m}{s} \times 10s + \frac{1}{2} \times 9{,}8 \frac{m}{s^2} \times (10s)^2 = -147m + 490m = 343m$

Respuesta: La altura del edificio es $\boldsymbol{343m}$**.**

10- Desde lo alto de una torre de 20m de alto se suelta una pelota.

a) ¿Con qué velocidad llega al piso?

Datos:
$v_i = 0m/s$ (Se trata de una caída libre, por lo tanto la velocidad inicial es cero.)
$y_i = 20m$
$y_f = 0m$ (el piso)
$g = 9{,}8\, m/s^2$

Incógnita:
v_f

Fórmula elegida: (3)

$v_f{}^2 - v_i{}^2 = -2g\,(y_f - y_i)$

Usando que $v_i = 0m/s$ y $y_f = 0m$:
$v_f{}^2 = 2g\ y_i$

Despejando:
$v_f = \pm \sqrt{2g\ y_i}$

Reemplazando los valores:

$$v_f = \pm \sqrt{2 \times 9{,}8 \frac{m}{s^2}\ 20m} = \pm \sqrt{392 \frac{m^2}{s^2}} = \pm \sqrt{392}\ \frac{m}{s} \approx \pm\ 19{,}8\ \frac{m}{s}$$

De estas soluciones vemos que la que tiene sentido físico es la de signo negativo, ya que el sentido de la velocidad final es hacia abajo.

$$\boldsymbol{v_f \approx -\ 19{,}8\ \frac{m}{s}}$$

Respuesta: Llega al suelo con una velocidad de aproximadamente $19{,}8\,\frac{m}{s}$ con sentido hacia abajo.

b) ¿Cuánto tiempo demora en caer?

Datos:
$v_i =\ 0m/s$ (Se trata de una caída libre, por lo tanto la velocidad inicial es cero.)
$y_i =\ 20m$
$y_f =\ 0m$ (el piso)
$g\ =\ 9{,}8\ m/s^2$

Incógnita:
t

Fórmula elegida: (1)

$$y_f =\ y_i +\ v_i\ t - \frac{1}{2}\ g\ t^2$$

Usando que $v_i =\ 0m/s$ y $y_f =\ 0m$:
$$0 =\ y_i - \frac{1}{2}\ g\ t^2$$

Despejando t:
$$y_i = \frac{1}{2}\ g\ t^2$$
$$\frac{2y_i}{g}\ =\ t^2$$
$$t = \pm\ \sqrt{\frac{2y_i}{g}}$$

Reemplazando los valores:
$$t = \pm\ \sqrt{\frac{2y_i}{g}} = \pm\ \sqrt{\frac{2\times 20m}{9{,}8\,\frac{m}{s^2}}} = \pm\ \sqrt{\frac{40}{9{,}8}}\,s \approx\ \pm\ 2{,}02s$$
De estas soluciones vemos que la que tiene sentido físico es la de signo positivo

$$\boldsymbol{t \approx 2{,}02s}$$

Respuesta: Demora $\boldsymbol{2{,}02s}$ en caer.

11- Se dispara un cuerpo hacia arriba en la Tierra, con una velocidad de 5 m/s. ¿Con qué velocidad habría que dispararlo en la Luna, donde g es la sexta parte que en la Tierra para que alcanzara la misma altura máxima?

Primero veamos cuál es la altura máxima y_{max} alcanzada por un cuerpo arrojado hacia arriba con velocidad inicial v_i en un planeta con aceleración de la gravedad a en sentido hacia abajo.
Para ello vamos a tomar como momento inicial cuando el cuerpo es lanzado y como momento final, el instante en que alcanza la altura máxima, sabiendo que allí su velocidad es cero.

$$v_f{}^2 - v_i{}^2 = -2\,a\,\Delta y$$

Usamos que $v_f = 0m/s$ y que $\Delta y = y_f - y_i = y_{max} - 0m = y_{max}$:

$$v_i{}^2 = 2a\,y_{max}$$

Despejamos y_{max}

$$\frac{v_i{}^2}{2a} = y_{max}$$

Entonces tenemos que en la Tierra:

$$y_{max} = \frac{(v_{i\ TIERRA})^2}{2g}$$

y en la Luna donde $a = g/6$:

$$y_{max} = \frac{(v_{i\ LUNA})^2}{\frac{2g}{6}} = \frac{6\,(v_{i\ LUNA})^2}{2g}$$

Igualando y_{max} y despejando $v_{i\ LUNA}$ y teniendo presente que las velocidades iniciales son positivas en ambos casos:

$$\frac{(v_{i\ TIERRA})^2}{2g} = \frac{6\,(v_{i\ LUNA})^2}{2g}$$

$$(v_{i\ TIERRA})^2 = 6\,(v_{i\ LUNA})^2$$

$$\frac{v_{i\ TIERRA}}{\sqrt{6}} = v_{i\ LUNA}$$

Reemplazando $v_{i\ TIERRA} = 5m/s$:

$$v_{i\ LUNA} = \frac{5m/s}{\sqrt{6}} \approx \mathbf{2{,}04\ m/s}$$

Respuesta: En la Luna habría que disparar un cuerpo aproximadamente a $\mathbf{2,04\ m/s}$ para que alcance la misma altura máxima que cuando se dispara a $5m/s$ en la Tierra. Esto tiene sentido físicamente, ya que al ser menor la gravedad en la Luna, se opone menos al movimiento del cuerpo en subida, y el mismo puede alcanzar la misma altura que en la Tierra dándole una velocidad inicial menor.

12- Mariana vive en un planeta donde la aceleración de la gravedad es tres veces que en la Tierra. Lucía vive en la Tierra. Si ambas dejan caer al mismo momento, desde una altura de 25m una pelotita de plástico, ¿cuál de ellas la verá tocar el piso antes? ¿Cuánto antes? ¿Con qué velocidad llegará en cada caso?

Primero veamos cuál es el tiempo t, que tarda una pelotita en caer al piso desde una altura inicial h, en un planeta con aceleración de la gravedad a en sentido hacia abajo.
Para ello vamos a tomar como momento inicial cuando se suelta la pelotita, sabiendo que allí su velocidad inicial es cero, y vamos a tomar como momento final, el instante en que la pelotita toca el piso.

$y_f = y_i + v_i\, t - \frac{1}{2}\, a\, t^2$

Usamos que $v_i = 0m/s$, que $y_i = h$ y que $y_f = 0$:
$0 = h - \frac{1}{2}\, a\, t^2$

Despejamos t
$h = \frac{1}{2}\, a\, t^2$
$\frac{2h}{a} = t^2$
Y teniendo en cuenta que el resultado con sentido físico es el positivo:

$$t = \sqrt{\frac{2h}{a}}$$

La velocidad final será:

$$v_f = -a\, t = -a\sqrt{\frac{2h}{a}} = -\sqrt{2ha}$$

En el planeta de Lucía (la Tierra) $a = g$ y en el de Mariana $a = 3g$, entonces:

$t_{LUCÍA} = \sqrt{\frac{2\times 25m}{9{,}8\frac{m}{s^2}}} \approx 2{,}26s$

$v_{f\,LUCÍA} = -\sqrt{2 \times 25m \times 9{,}8\,\frac{m}{s^2}} \approx \mathbf{22,1m/s}$

$t_{MARIANA} = \sqrt{\frac{2 \times 25m}{3 \times 9{,}8\frac{m}{s^2}}} \approx 1{,}30s$

$v_{f_{MARIANA}} = -\sqrt{2 \times 25m \times 3 \times 9{,}8\frac{m}{s^2}} \approx \mathbf{38{,}3m/s}$

$$t_{LUCÍA} - t_{MARIANA} \approx 2{,}26s - 1{,}30s \approx 0{,}96s$$

Respuesta: Mariana verá la pelotita tocar antes el suelo, aproximadamente 1 segundo antes que Lucía (**0,96s antes**). Además Mariana la verá llegar al piso con una velocidad final de $\mathbf{38{,}3m/s}$ hacia abajo y Lucía con una velocidad final de $\mathbf{22{,}1m/s}$ hacia abajo.
Lo hallado tiene sentido físicamente, ya que al ser mayor la gravedad en el planeta de Mariana, la pelotita tardará menos en caer que en la Tierra y llegará al piso con una mayor velocidad final.

Coloca verdadero o falso al lado de cada consigna:

1. Cuando un cuerpo cae libremente, su velocidad y su aceleración tienen en todo momento el mismo sentido. **V**

2. A medida que aumenta la velocidad de disparo de un cuerpo en Tiro Vertical, menos altura máxima alcanzará. **F**

   Justificación: A medida que aumenta la velocidad de disparo de un cuerpo en Tiro Vertical, **mayor** altura máxima alcanzará.

3. En el punto más alto de su trayectoria, un cuerpo disparado verticalmente hacia arriba tiene aceleración cero. **F**

   Justificación: En el punto más alto de su trayectoria, un cuerpo disparado verticalmente hacia arriba tiene **velocidad** cero. La **aceleración** es la misma durante todo el movimiento, y es la aceleración de la gravedad g=9,8m/s^2 con sentido hacia abajo.

4. En el Tiro Vertical, la velocidad del cuerpo que sube es, en todo momento de sentido opuesto a su aceleración. **V**

   Aclaración: durante la subida esto es verdadero, y por lo tanto el movimiento es desacelerado. Pero luego de que el objeto alcanza su altura máxima, comienza una caída libre donde su velocidad y aceleración tienen igual sentido, y por lo tanto el movimiento en este tramo de bajada será acelerado.

5. En un planeta donde la aceleración de la gravedad fuera la mitad que en la Tierra, un cuerpo en caída libre tardaría el doble de tiempo que en la Tierra para tocar el piso, si se lo suelta desde la misma altura. **F**

   Justificación:

Caída libre en la Tierra, usando que $y_f = 0m$ y $v_i = 0m/s$

$0 = y_i - \frac{1}{2}\, g\, t^2$

Despejando t, y teniendo en cuenta que será positivo:

$t_{TIERRA} = \sqrt{2\, y_i/g}$

Caída libre en el otro planeta con aceleración $g/2$:

$0 = y_i - \frac{1}{2}\frac{g}{2}\, t^2$

$0 = y_i - \frac{g}{4}\, t^2$

Despejando t, y teniendo en cuenta que será positivo:

$t_{OTRO\ PLANETA} = \sqrt{4\, y_i/g} = \sqrt{2}\ \sqrt{2\, y_i/g} = \sqrt{2}\, t_{TIERRA}$

Con lo cual hallamos que el tiempo que tarda NO ES EL DOBLE.

6. A la mitad de su altura máxima, un cuerpo disparado hacia arriba tiene la mitad de su velocidad de disparo. **F**

Justificación:
Analicemos primero el movimiento desde el lanzamiento hasta la altura máxima:
Sean $y_i = 0m$, $y_f = h_{max}$, entonces $v_f = 0m/s$ y $\Delta y = h_{max}$. Usando la fórmula (3) tenemos que:

$v_f{}^2 - v_i{}^2 = -2g\ \Delta y$

$v_i{}^2 = 2g\ h_{max}$

Analicemos ahora el movimiento desde el lanzamiento hasta la mitad de la altura máxima:

Sean $y_i = 0m$, $y_f = h_{max}/2$, entonces $\Delta y = h_{max}/2$. Sabiendo que la velocidad inicial con que se lanza el cuerpo es la hallada anteriormente $v_i{}^2 = 2g\ h_{max}$, y usando la fórmula (3) tenemos que:

$v_f{}^2 - v_i{}^2 = -2g\ \Delta y$

$v_f{}^2 - 2g\ h_{max} = -2g\ h_{max}/2$

$v_f{}^2 = -g\ h_{max} + 2g\ h_{max} = g\ h_{max}$

Entonces
$v_f{}^2 = \; v_i{}^2/2$

Que significa que:
$v_{a\ la\ mitad\ de\ la\ altura\ máxima} = \; v_i/\sqrt{2}$

Con lo cual hallamos que la velocidad del cuerpo cuando alcanza la mitad de la altura máxima NO ES MITAD de su velocidad inicial.

7. En un lugar del espacio interplanetario, donde g =0, no puede hablarse de “Caída Libre”, pero sí de Tiro Vertical. **F**

   Justificación: Si no hay aceleración, al tirar un cuerpo en el espacio interplanetario, este se moverá con MRU a la misma velocidad (en módulo, dirección y sentido) que fue lanzado inicialmente.

8. Una pluma, un martillo y una pelotita de goma, en ausencia de la resistencia del aire, caen desde una misma altura en el mismo tiempo. **V**

9. El tiempo que insume un cuerpo en Tiro Vertical para alcanzar su altura máxima, es el mismo que le toma en caer libremente desde la misma altura. **V**

10. El valor de la aceleración de la gravedad es totalmente constante en todos los lugares de la Tierra. **F**

    Justificación: El valor 9,8m/s^2 es tan solo una aproximación promedio. La aceleración de la gravedad puede cambiar en diferentes lugares de la Tierra, especialmente a diferentes altitudes.