# Trabajo Práctico 4

Problemas de valores propios

## Introducción

Cuando las matrices son de hasta 4x4 los valores propios se pueden obtener a partir de la solución del polinomio característico. Cuando el tamaño de la matriz es mayor se requieren métodos numéricos. Por un lado se tienen los métodos que a partir de transformaciones de la matriz permiten obtener los autovalores de la misma. Por otro lado están los métodos iterativos que a partir de un vector propuesto como solución producen una sucesión de aproximaciones que convergen al autovector de la matriz.

En este trabajo práctico se trabajará con la segunda clase de métodos, en particular con el método de la potencia y de la potencia inversa.

## Objetivos del trabajo práctico

1. Entender los procesos involucrados en los algoritmos de potencia y potencia inversa.
2. Desarrollar habilidades de programación.

## Referencias

- Capítulo 11 de Mathews J., Fink K.,“Métodos Numéricos con MATLAB”, Prentice Hall, 2000.
- Capítulo 9 de Burden et al, “Análisis numérico”, Cengage Learning, Ed.10, 2017.
- Eaton J., Bateman D., Hauberg S., Wehbring R.,“GNU Octave – Free your numbers”, 4 Ed, Free Software Foundation, 2016. https://www.gnu.org/software/octave/octave.pdf

## Actividades

Encontrar las soluciones a los ejercicios planteados elaborando programas en GNU Octave.

### Ejercicio 1

Dadas las siguientes matrices A y B, convierta el problema Ax = λBx a la forma estándar Cx = λx y calcule el menor y el mayor autovalor de C.

$$A=\begin{bmatrix}7 & 3 & 1\\ 3 & 9 & 6\\ 1 & 6 & 8\end{bmatrix} B=\begin{bmatrix}4 & 0 & 0\\ 0 & 9 & 0\\ 0 & 0 & 4\end{bmatrix}$$

### Ejercicio 2

Sea el sistema formado por dos péndulos simples (con longitud *L* y masas *m* y *2m* respectivamente )unidos por un resorte horizontal de rigidez *k*. El resorte está descargado cuando los péndulos se encuentran en posición vertical. Las posiciones angulares se indican mediante $\theta_1$ y $\theta_2$. Las ecuaciones de movimiento del sistema son:

$$k\,L(\theta_2-\theta_1)-m\,g\,\theta_1=m\,L\ddot{\theta}_1$$
$$-k\,l(\theta_2-\theta_1)-2\,m\,g\,\theta_2=2\,m\,L\ddot{\theta}_2$$

Determine las frecuencias de vibración y las amplitudes relativas de los desplazamientos angulares para el caso de m= 0,25 kg , k = 20 N/m, L = 0,75 m , g = 9,80665m/s$^2$.

Considere que el problema admite una solución de la forma $\theta_1=x_1 e^{(i\omega t)},\theta_2=x_2 e^{(i\omega t)}$

## Ejercicio 3

Para un cierto circuito eléctrico, las leyes de Kirchoff son:

$$3i_1-i_2-i_3=-LC\ddot{i}_1$$
$$-i_1+i_2=-LC\ddot{i}_2$$
$$-i_1+i_3=-LC\ddot{i}_3$$

Determine la mayor y menor frecuencia y sus autovectores asociados en función de LC. Considere que el problema admite una solución de la forma $i_1=x_1 e^{(i\omega t)}, i_2=x_2 e^{(i\omega t)}, i_3=x_3 e^{(i\omega t)}$

## Ejercicio 4

Determine el mayor y menor autovalor, y sus autovectores asociados, de la siguiente matriz

$$A=\begin{bmatrix} 4 & -2 & 1 & -1 \\ -2 & 4 & -2 & 1 \\ 1 & -2 & 4 & -2 \\ -1 & 1 & -2 & 4 \end{bmatrix}$$

## Ejercicio 5

La carga de colapso por pandeo de una columna se puede determinar resolviendo el siguiente problema de autovalores. Calcule la mínima carga P que logra el colapso y exprésela en funcion de la longitud ***L*** y rigidez ***EI₀***

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 1 & -2 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \dots 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & \dots 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5 \\ u_6 \\ u_7 \\ u_8 \\ u_9 \\ u_{10} \end{pmatrix} = \lambda \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \\ u_4 \\ u_5/1{,}5 \\ u_6/2 \\ u_7/2 \\ u_8/2 \\ u_9/2 \\ u_{10}/4 \end{pmatrix}$$

donde $\lambda=\frac{P}{EI_0}\left(\frac{L}{20}\right)^2$