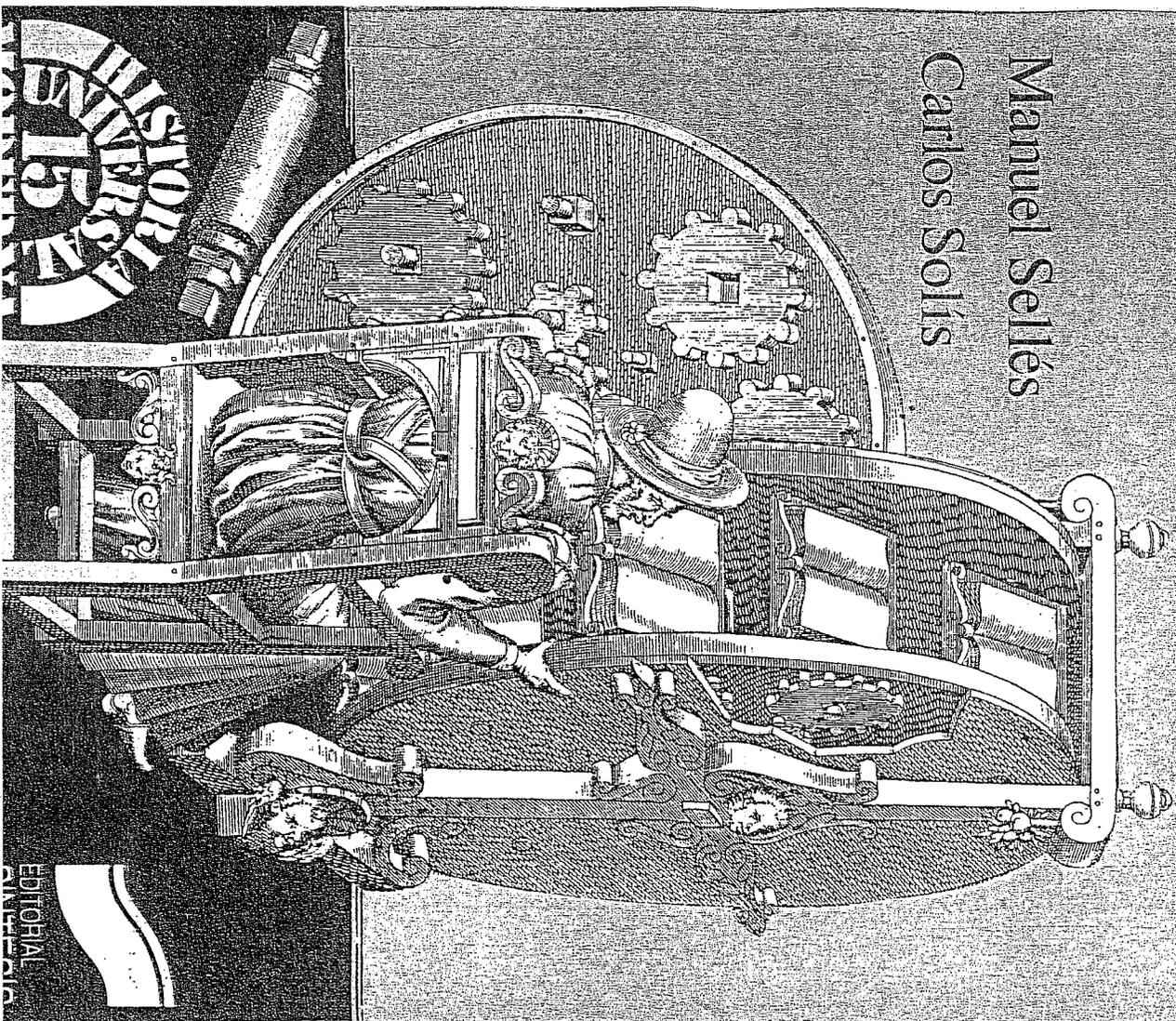


REVOLUCIÓN CIENTÍFICA

Manuel Sellés

Carlos Solís



(10 copias)

Unidad I

6

La síntesis newtoniana

6.1. El impacto

Lo que distingue a la dinámica de la cinemática es que en la primera se aborda el estudio de los movimientos a partir de las fuerzas que los originan o los alteran; la cinemática, por su parte, sólo se limita a la descripción de tales movimientos, prescindiendo de qué los haya producido.

La consideración de la fuerzas, o causas del movimiento, constituía un asunto difícil. Como vimos, Galileo tuvo que renunciar a la fundamentación dinámica de sus estudios sobre el movimiento. Descartes fue más radical, al desterrar de su física todo agente capaz de crear movimiento. El movimiento se conserva siempre; tan sólo se puede intercambiar. En su universo lleno de materia sólo actúan la presión y el impacto entre partículas, causas únicas e inteligibles de todos los fenómenos que, como el magnetismo, se habían venido considerando originados por oscuras actividades de la materia.

Así, las leyes del choque pasaban a ocupar un puesto destacado, pues gracias a ellas podrían conocerse, por lo menos en principio todos los cambios de la naturaleza. Y decimos en principio porque, tal como se mencionó en el Capítulo anterior, en un universo lleno los choques son innumerables e incesantes, tornando hasta tal punto compleja la indagación de los fenómenos a partir de sus causas, que ésta era inabordable. Lo único que se podía hacer era acometer el estudio de casos ideales, como el del choque de dos partículas aisladas de todas las demás (lo que quiere decir lo mismo que en el vacío). Esto conducía a una física que podía explicar de modo bien

inteligible las causas de un fenómeno a través del mecanismo que lo producía, pero que difícilmente podía abordar su estudio cuantitativo.

Las reglas de Descartes sobre el choque pueden resumirse así: en virtud de su tamaño y velocidad, los cuerpos tienen una «fuerza», una cierta capacidad de actuar unos sobre otros. La medida de esta «fuerza» podía efectuarse mediante el principio de conservación de la cantidad de movimiento; cuando dos cuerpos chocan, su cantidad de movimiento global, antes y después del choque, debe ser la misma. Así, si dos cuerpos iguales A y B chocan frontalmente con velocidades iguales y opuestas, rebotarán ambos con las mismas velocidades iniciales; si A se mueve más rápido que B, entonces después del choque los dos cuerpos se moverán juntos, habiendo cedido A a B algo de su velocidad; si A es mayor que B y está en reposo, B rebotará sin comunicarle nada de su movimiento, etc.

A pesar de que, salvo en el primer caso mencionado, estas leyes no se cumplan en la realidad, Descartes defendía su certeza. De hecho, casos como éstos no podían darse en su universo, pues en él no existía el vacío. Y en tal caso (que sería el de un cuerpo flotando en un fluido) el mismo Descartes afirmaba que estas leyes no se cumplían: un cuerpo pequeño podía golpear a otro mayor y ponerlo en movimiento, aunque su velocidad fuese pequeña.

Las insuficiencias del estudio cartesiano de las leyes del impacto iban a ponerse de manifiesto poco después, de la mano de Christian Huygens. Los dos principios establecidos por Descartes, el de la relatividad del movimiento y el de su conservación, eran incompatibles. Definiéndose la cantidad de movimiento como el producto del tamaño de un cuerpo por su velocidad, era siempre una cantidad positiva. Y como tal no se conservaba cuando el choque se observaba desde distintos sistemas de referencia (pues en algunos uno o ambos cuerpos invertían el sentido de su movimiento, y en otros no). Además, desde distintos sistemas se observaban distintas transferencias de movimiento entre los dos cuerpos. Huygens formuló nuevas leyes de impacto más acordes con los resultados experimentales, y aplicó al problema un principio establecido por Evangelista Torricelli, uno de los discípulos de Galileo. Torricelli había encontrado, estudiando el caso de los movimientos verticales, que dos cuerpos unidos entre sí sólo podían moverse si su centro de gravedad descendía. Así sucedía, por ejemplo, en el caso de dos graves unidos por una cuerda y suspendidos de una polea; el más pesado descendía, elevando al más ligero, porque asimismo descendía el centro de gravedad de ambos.

Huygens aplicó esta idea a los choques. El centro de gravedad del sistema formado por dos o más cuerpos que chocan no altera su estado de reposo o de movimiento rectilíneo y uniforme. Era precisamente el sistema de referencia en el que el centro de gravedad se hallaba en reposo aquél

para el cual siempre se cumplía la conservación de la cantidad de movimiento. Halló, sin embargo, otra cantidad que sí se conservaba en todos los casos: la suma de los productos de la magnitud de cada cuerpo por el cuadrado de su velocidad era la misma antes y después del choque, independientemente del sistema de referencia desde el que se observase. Tal cantidad, sin embargo, no pasaba entonces de ser un simple número, desprovisto de significado físico concreto.

Las aportaciones de Huygens al estudio de los choques desplazaron el tratamiento dinámico de las fuerzas implicadas al estudio puramente cinemático de las situaciones antes y después del impacto. El intento de constituir el impacto en un modelo de acción dinámica que permitiese la medida de las fuerzas se veía así bloqueado en la física cartesiana. La solución, como veremos, vendría por otro lado.

6.2. El análisis del movimiento circular

Otra importante aportación de Huygens al desarrollo de la mecánica del seiscientos fue su análisis del movimiento circular. Como se vio, para Descartes todo cuerpo tendía siempre a moverse en línea recta, a menos que la acción de otro cuerpo lo desviase de su camino. En realidad, en su universo lleno de materia, un cuerpo no podía seguir una trayectoria recta; los incessantes choques con la materia adyacente lo obligaban constantemente a desviarse, describiendo una trayectoria curva cerrada.

En el caso del movimiento circular (piénsese, por ejemplo, en un peso atado al extremo de una cuerda, que hacemos girar), el cuerpo tenderá, en cada punto, a seguir una trayectoria rectilínea por la tangente a la circunferencia. Esta tendencia se manifiesta como una fuerza hacia afuera que tensa la cuerda, la cual transmite esta tensión hasta la mano. Mediante consideraciones geométricas, Huygens halló que esta fuerza aumentaba proporcionalmente a la magnitud del cuerpo, al radio de la circunferencia descrita y también al cuadrado de su velocidad de giro.

Anacrónicamente, esto se puede escribir como:

$$F = mvv^2 = mv^2 / r$$

en donde w es la velocidad angular, v es la velocidad lineal, r el radio de la circunferencia y m la masa del cuerpo. En realidad, el concepto de masa tal como lo conocemos no se había definido, por lo que habría que hablar más bien de «cantidad de materia», y la fuerza centrífuga F no era, para Huygens, precisamente una «fuerza» sino que, análogamente al peso, constituía una tendencia («conatus» fue el término que empleó) propia del movimiento circular.

6.3. Las leyes de Newton

El sugestivo sistema de física de Descartes, basado en el mecanicismo, había venido a reemplazar completamente al antiguo sistema aristotélico. Las dificultades de este sistema, sin embargo, eran notables. Si suministraba un completo marco conceptual para la explicación causal de todos los fenómenos, tales explicaciones, en último extremo, se resistían a la cuantificación, por lo que en la mayoría de los casos no resultaban predictivas, y por consiguiente contrastables. Parecía, de todos modos, que la labor paciente de los cartesianos podría enmendar esto con el tiempo, tal como había hecho Huygens con las leyes del impacto.

Pero, como se apuntaba al final del Capítulo anterior, no todos, y menos los neoplatónicos de Cambridge, estaban de acuerdo con Descartes. Allí desarrollaría su obra Isaac Newton, el fundador de la mecánica moderna.

6.3.1. Las primeras investigaciones sobre el impacto y el movimiento circular

En 1665 todavía no se habían publicado los trabajos de Huygens sobre el choque. Fue este año cuando Newton acometió, al igual que Huygens, una nueva aproximación al problema del impacto. Sus caminos fueron, sin embargo, bien distintos, pues si Huygens había eliminado la espionosa intervención de la «fuerza» de actuación de un cuerpo sobre otro reduciendo el choque a la cinemática, Newton, por el contrario, abordará directamente la cuestión de la fuerza.

Al igual que Huygens, Newton encuentra un sistema privilegiado para el estudio de los choques en el del centro de gravedad. Con respecto a este centro de gravedad ambos cuerpos, si están en movimiento uniforme, tienen la misma cantidad de movimiento. En un sistema en el que este centro de gravedad está en reposo o en movimiento rectilíneo y uniforme, afirma, cada cuerpo al chocar actúa igualmente sobre el otro, con la misma fuerza, produciéndose iguales cambios en la cantidad del movimiento, pues en otro caso se alteraría el estado de reposo o movimiento uniforme de su centro de gravedad común.

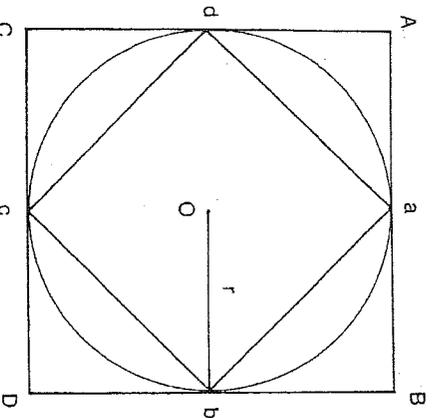


Figura 6.1.

En el caso del análisis del movimiento circular usó las leyes del impacto. En la figura 6.1, la trayectoria circular está inscrita en un cuadrado ABCD.

Olvédmonos por ahora del círculo e imaginemos una bola que choca elásticamente con las caras del cuadrado, describiendo una trayectoria abcd. En un choque de este tipo, la bola mantiene intacta la componente de su movimiento paralela a la pared, e invierte la componente perpendicular. Se puede considerar uno de los lados del cuadrado pequeño, digamos el cb, como una medida de la velocidad de la bola. En tal caso el doble de la mitad del lado del cuadrado mayor, cd, mide la componente normal. Newton razona entonces que la fuerza que obliga al rebote de la bola es a la fuerza de su movimiento como scD es a cb o, lo que es lo mismo, como cb s a cD. Dado que en un circuito completo hay cuatro rebotes, la relación de fuerzas global es $4cb / cD$, es decir, la longitud total de la trayectoria (el cuadrado pequeño), partida por el radio. Si sustituimos ahora los cuadrados inscrito y circunscrito a la trayectoria circular por polígonos con cada vez más lados, esta relación se mantiene, así como en el caso límite de un infinito número de lados, en el que ambos polígonos se confunden con el círculo. De modo que la fuerza F que obliga a la bola a describir la trayectoria circular es a la fuerza de su movimiento como $2\pi r$, o sea 2π . Si, anacrónicamente, tomamos el producto de la masa por la velocidad mv como valor de esta fuerza del movimiento (pues la masa no estaba todavía definida), tenemos que $F / mv = 2\pi$ o $F = 2\pi mv$. Dado que esta fuerza se ha calculado para una revolución completa, hay que dividir la expresión anterior por la duración $t = 2\pi r / v$ de esta revolución, con la que pueda la conocida expresión $F = mv^2 / r$, obtenida independientemente de Huygens, y a la que este denominó fuerza centrífuga.

Como se puede apreciar, Newton parte de la física cartesiana, pero se va separando decididamente de ella.

6.3.2. Los Principia

Una veintena de años más tarde, en 1687, se publicaba su obra cumbre, los *Philosophiæ naturalis principia mathematica* en donde la dinámica esbozada en el apartado anterior se había concretado en una disciplina axiomatizada. La obra comenzaba por un conjunto de definiciones, seguidas por tres leyes que vinieron a constituir la síntesis y solución de todos los esfuerzos anteriores por edificar una ciencia de la dinámica. Estas leyes eran las siguientes:

1. Todo cuerpo persevera en su estado de reposo o movimiento uniforme y rectilíneo a no ser en tanto que sea obligado por fuerzas impresas a cambiar su estado.

2. El cambio de movimiento es proporcional a la fuerza motriz impresa y ocurre según la línea recta a lo largo de la cual aquella fuerza se imprime.
3. Con toda acción ocurre siempre una reacción igual y contraria: O sea, las acciones mutuas de dos cuerpos siempre son iguales y dirigidas en direcciones opuestas.

La primera de estas tres leyes enuncia lo que hoy conocemos como principio de inercia, que ya hemos encontrado apuntado en Galileo y Descartes. En él se resuelven las dificultades que, para la formulación de una dinámica cuantitativa, habían presidido estos intentos anteriores. Como se vio, Galileo afirmaba que si un cuerpo se halla en reposo en un plano «horizontal» (y decimos «horizontal» porque, en realidad, se trata de una superficie esférica concéntrica con la de la Tierra) y se le aplica un cierto impulso, adquirirá un movimiento uniforme que persistirá indefinidamente. Pues este movimiento circular mantiene el orden existente, en el sentido de que ni acerca ni aleja al cuerpo de su lugar natural. Para Descartes, sin embargo, la materia es absolutamente indiferente al reposo o al movimiento. De hecho, dado que el movimiento de un cuerpo es un concepto relativo a otros cuerpos de su vecindad, es imposible distinguirlo del reposo: todo dependerá del sistema de referencia desde el que se observe. La materia tampoco posee ningún tipo de tendencia natural: los cuerpos se mueven en línea recta hasta que tropiezan con otro. Entonces tiene lugar una transferencia de movimiento que modifica su estado.

Newton, en cambio, trascenderá esta indiferencia de la materia afirmando que en ella hay algo que se opone a que se varíe su condición. Reside en ella una «fuerza insita», a la que define como «una capacidad de resistir por la que cualquier cuerpo, por cuanto de él depende, persevera en su estado de reposo o movimiento rectilíneo y uniforme». Esta capacidad es proporcional a la cantidad de materia del cuerpo por lo que, cuanto mayor sea dicha cantidad, mayor deberá ser también la fuerza impresa necesaria para producir un cambio dado en su estado de reposo o movimiento.

Esta cantidad de materia, hasta la fecha definida ambiguamente como a través de la «magnitud» o «voluminosidad» del cuerpo, conceptos desde luego intuitivamente asociados con su peso, se concreta ahora como «la medida de la misma originada de su densidad y volumen conjuntamente».

Un punto débil de la física cartesiana era que, siendo la materia totalmente indiferente, cualquier acción podría producir cualquier efecto. Pero no sucede lo mismo cuando le damos un papirotazo a una mosca que cuando se lo damos a una roca que respetable tamaño. Algo distingue a la mosca de la roca que hace que el resultado sea bien distinto. Descartes explica vagamente la diferencia tanto por la distinta cantidad de materia de ambos como por la distinta extensión de sus superficies; para Newton, lo que sucede es que sus «fuerzas insitas», sus inercias, son diferentes.

La segunda ley afirma que el efecto de una fuerza exterior o impresa sobre un cuerpo es producir un *cambio* en su estado de reposo o de movimiento y no, como se había venido suponiendo, un movimiento. Y es este cambio producido bien en su velocidad, bien en su dirección o en ambas, lo que constituye la medida de la fuerza. Puesto que Newton define la cantidad de movimiento de un cuerpo como el producto de su cantidad de materia y de su velocidad, la segunda ley puede escribirse como

$$F = \Delta (mv)$$

Es esta una expresión algo distinta de la que hoy estamos acostumbrados a manejar:

$$F = ma$$

que establece la proporcionalidad, para un cuerpo de masa dada, entre la fuerza y la aceleración adquirida, es decir, entre la causa y su efecto. De hecho, las dos ecuaciones anteriores no son equivalentes. En la primera de ellas interviene lo que hoy llamamos *impulso*, que es, supuesta la fuerza constante, el producto de ésta por el tiempo durante el que actúa. Se trata de una ley derivada del modelo de impacto. El segundo tipo de ley, que establece la proporcionalidad entre fuerza y aceleración, se aplica cuando la fuerza actúa constantemente y uniformemente, como en el caso del movimiento circular. En el apartado anterior hemos visto cómo, en el análisis del movimiento circular, se obtiene una expresión para la fuerza centrífuga a partir del impacto que luego es preciso dividir por el período. Newton no llegó nunca a establecer una distinción clara entre ambas.

Finalmente, la tercera ley establece la necesaria igualdad entre la acción y la reacción. Cuando un cuerpo A ejerce una acción sobre otro B (cuando arrastramos un sofá, por ejemplo), dicha acción se ve acompañada de una reacción igual y opuesta de B sobre A (y tal reacción se hace notar mediante el empuje que sufrimos en la mano que arrastra al sofá). La reacción, evidentemente, es una consecuencia de la inercia del cuerpo B a alterar su estado. Nótese que este principio ya se había intuido en el tratamiento del choque comentado en el apartado anterior, cuando se afirma que ambos cuerpos interactúan con la misma fuerza.

Como vemos, Newton ha introducido dos tipos distintos de fuerzas y posibilitado su cuantificación. Una es la fuerza innata de la inercia; la otra, la fuerza impresa que modifica el estado del cuerpo. La ley de la inercia ya estaba definida en Descartes; pero no era operativa, en tanto en cuanto no había forma de medir esta inercia; en cuanto a la fuerza impresa, ha sufrido una transformación radical. En el sesiscientos se tendía a pensar en la fuerza como una propiedad asociada al movimiento de los cuerpos; ahora Newton otorga a la fuerza un status independiente al considerarla una acción externa a los cuerpos. Ello es consecuencia de un fructífero desplazamiento

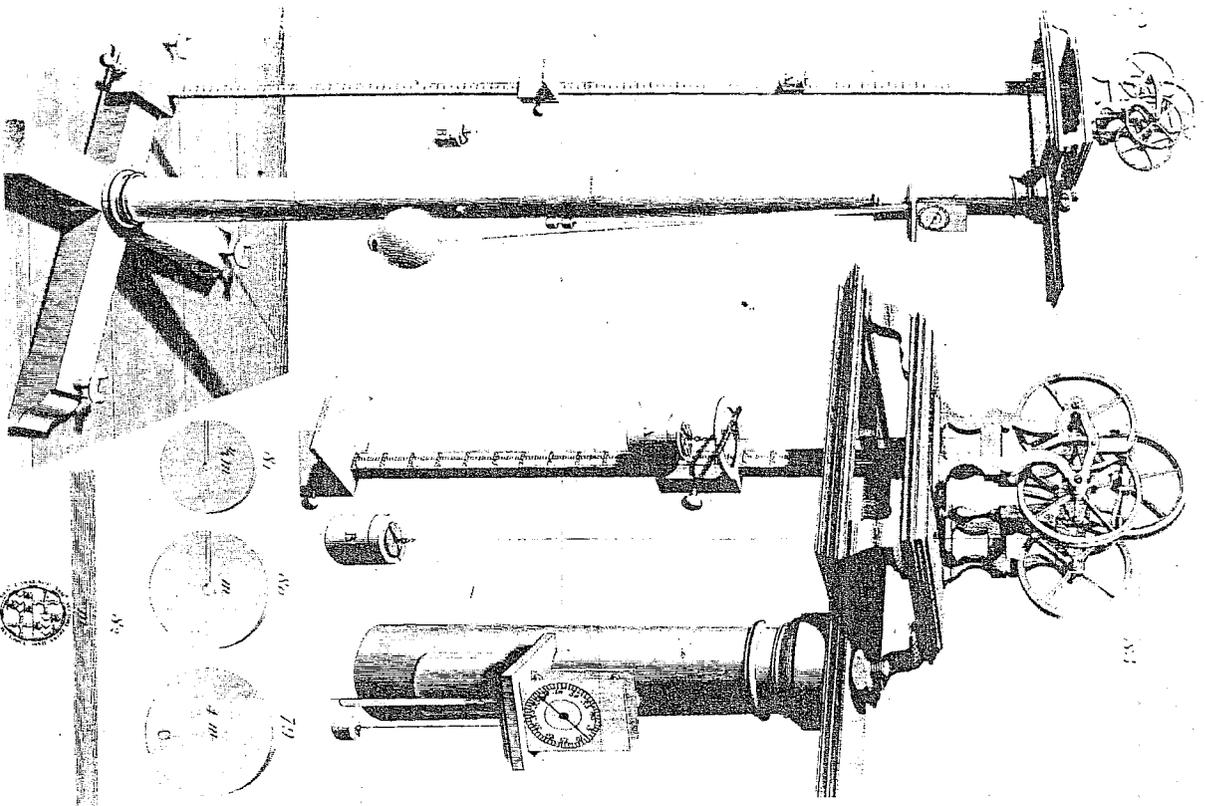


Figura 6.2. Máquina descrita por George Atwood, en su *Treatise on the Rectilinear Motion and Rotation of Bodies* (1748), para demostrar la segunda ley de Newton. Esto se hacía variando la masa de una de las dos pesas conectadas entre sí, y midiendo las correspondientes diferencias en la velocidad de descenso, que con este dispositivo es mucho menor que la de caída libre.

del punto de vista desde la consideración del cuerpo que actúa a la del cuerpo sobre el que se actúa.

Junto a las tres leyes, Newton alinea una concepción absoluta del espacio y del tiempo. Descartes refería el movimiento de un cuerpo a su cambio de posición respecto de otros cuerpos vecinos; de este modo, el movimiento se tornaba tan relativo que, para Newton, llegaba a perder sentido la misma idea de velocidad. Este, en cambio, rechazaba como buen atomista la identificación de la extensión y la materia, y creía en la existencia de un sistema de referencia privilegiado, el espacio absoluto, junto al que alineaba un tiempo igualmente absoluto. Para Newton, es en tal espacio absoluto donde tienen lugar los movimientos absolutos descritos por sus leyes, en donde los cuerpos sólo cambian su estado por la acción de fuerzas impresas. No sucede así en el movimiento relativo, que se define respecto a un sistema de referencia sensible. Supongamos que un cuerpo se observa en reposo desde un sistema definido por unos determinados objetos; si ahora se imprime una fuerza a estos objetos, desde los mismos se verá al cuerpo iniciar un movimiento acelerado, pese a que no se observará que se le haya aplicado fuerza alguna.

El espacio absoluto es indiseñable, por medios mecánicos; de cualquier sistema de referencia que se mueva con velocidad uniforme respecto de él; esto constituye el principio de relatividad que ya apuntara Galileo. Sin embargo, en ciertos casos, los movimientos absolutos pueden distinguirse de los relativos. Según Newton, en el caso del movimiento circular, esto se puede lograr por medio de la fuerza; si el movimiento circular es meramente relativo, no aparecerá ninguna tendencia centrífuga. Supongamos con él un gran espacio vacío, en el que ponemos dos esferas unidas por una cuerda, haciéndolas girar en torno a su centro de masas común. Ahora coloquemos en dicho espacio una media docena de estrellas fijas. A partir del movimiento relativo es imposible discernir si lo que gira son las esferas o las estrellas. Si, en cambio, se atende a la cuerda que une a aquéllas, su estado de tensión mostrará la tendencia centrífuga de las mismas a consecuencia de su movimiento absoluto de giro. Lo mismo pasa con nuestro planeta: la tendencia centrífuga pone de manifiesto que es la Tierra, y no la esfera de las fijas, quien gira todos los días sobre su eje.

6.4. La atracción universal

Como se vio más arriba, el estudio del movimiento circular de Huygens puso de manifiesto la existencia de una fuerza centrífuga proporcional a v^2/r , en donde r es el radio del círculo y v la velocidad con que se recorre su circunferencia. La tercera ley de Kepler, por su parte, afirmaba que en los movimientos planetarios r^3/T^2 es constante para cada planeta, siendo T el período de revolución. Combinando ambas expresiones era sencillo llegar a

la conclusión de que, para los planetas, la fuerza centrífuga es proporcional a $1/r^2$. Como $v = 2\pi r/T$, se tiene que $v^2 \propto r^2/T^2$, de modo que:

$$F \propto (v^2/r) \propto (r/T^2) \propto (1/r^2) (r^3/T^2) \propto (1/r^2)$$

El problema estaba en que los planetas no siguen trayectorias circulares, por más que se aproximen a ellas, sino elípticas.

Todo este análisis se fundaba en las ideas de Descartes, quien había imaginado a los planetas arrastrados en torno al Sol por grandes vórtices de materia. Su tendencia a un movimiento rectilíneo, manifestada como una suerte de fuerza centrífuga, se veía constantemente frustrada desde la periferia del vórtice. Pues, siendo el universo un plenum, para que el planeta, siguiendo esta tendencia, se alejase del Sol, era preciso que otra materia en la periferia de su órbita, viniese a ocupar su lugar; pero esta materia se oponía a hacerlo, dado que también tiene su propia tendencia centrífuga, alcanzándose así una situación de equilibrio.

Robert Hooke fue uno de los que se ocuparon de este problema, planteándolo en los términos apropiados para su resolución. Creía que la cuestión podría resolverse descomponiendo el movimiento orbital en otros dos, uno de caída hacia el centro de la órbita y otro según la tangente. Observamos la diferencia con el análisis del movimiento circular de Huygens: Hooke habla, no de una tendencia centrífuga, sino de un movimiento acelerado de caída provocado por una fuerza dirigida hacia el centro, tal como la había imaginado Gilbert. No pudo dar con la solución pero, en su corre-

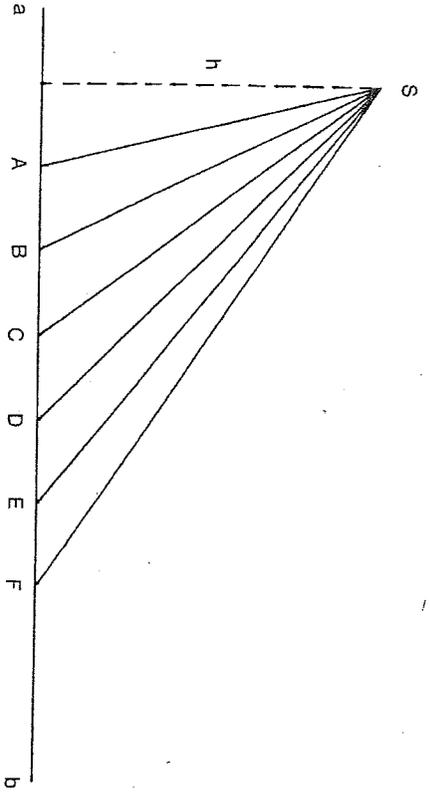


Figura 6.3. Suponemos un cuerpo que se mueve sobre la recta ab con velocidad constante; por consiguiente recorre espacios iguales AB, BC, CD, etc. en intervalos de tiempo iguales. Tomemos un punto cualquiera S exterior a la trayectoria. Se ve que respecto al mismo se cumple la ley de las áreas, pues los sucesivos triángulos SAB, SBC, SCD, etc. tienen todos la misma área, al tener todos bases iguales y la misma altura.

pondencia con Newton, retó a éste a fines de 1679 a hallar la trayectoria de un cuerpo sometido a una fuerza atractiva central cuya intensidad decreciese con el cuadrado de la distancia mediante la descomposición en los dos movimientos anteriores.

Newton dio con la solución, pero no la publicó; ésta aparecería por primera vez en los *Principia*. No entraremos en detalles, tan sólo apuntaremos el procedimiento seguido. Considera en primer lugar (Figura 6.3.) un movimiento inercial y rectilíneo, y muestra que respecto a un punto exterior P se cumple la ley de las áreas. Sobre este movimiento superpone la actuación de la fuerza atractiva como una sucesión de «golpes» instantáneos aplicados al cuerpo a intervalos regulares (nótese la aplicación del modelo del impacto) y dirigidos hacia el punto central (figura 6.4). Con cada golpe, el cuerpo cambia de dirección, siguiendo una trayectoria poligonal en torno al centro para la que, en cada uno de sus tramos, Newton demuestra que se cumple, respecto de dicho centro, la ley de las áreas enunciada por Kepler. Si ahora se reduce hasta el límite el intervalo entre cada golpe, la ley de las áreas sigue cumpliéndose y se llega al caso de una fuerza continua que actúa constantemente. A la inversa, también demuestra que, si un cuerpo se mueve de acuerdo con la ley de las áreas, entonces la fuerza debe dirigirse constantemente hacia el centro. Finalmente demuestra que, si la órbita es una elipse, la fuerza, dirigida hacia el foco, debe variar inversamente al cuadrado de la distancia. A esta fuerza la llamará centrípeta, pues es diametralmente opuesta a la fuerza centrífuga de Huygens la cual, por lo demás, no es una verdadera

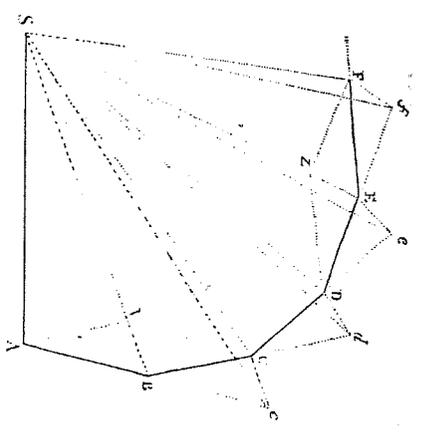


Figura 6.4. Si sobre la trayectoria de la figura 2 superponemos la fuerza atractiva hacia S como una serie de impulsos instantáneos impresos en A, B, C, D, ... y dirigidos hacia S, el cuerpo se moverá siguiendo una línea poligonal. Con el impulso aplicado en B, recorrerá en la unidad de tiempo el tramo BC; si este impulso no se hubiese aplicado, habría recorrido el Bc, de igual longitud. Los triángulos SBC y Sbc, según demuestra geoméricamente Newton, tienen la misma área. Lo mismo se cumple para los demás segmentos de la trayectoria.

fuerza, sino que se explica como un efecto de la inercia del cuerpo a seguir moviéndose por la tangente.

Las leyes de Kepler, hasta el momento simples leyes empíricas, y no por todos aceptadas e incluso conocidas, encontraron su fundamentación en la dinámica newtoniana. Pero era preciso ir más lejos. Según la ley de la acción y la reacción, si el Sol ejerce una acción sobre la Tierra que produce su movimiento orbital, también la Tierra debe ejercer una reacción igual y opuesta sobre el Sol; de modo que, en realidad, los dos cuerpos girarán en torno a su centro de masas común. Dada la gran masa solar en comparación con la terrestre, se comprende que el movimiento de aquél sea inapreciable. Todavía más, lo mismo sucede en el caso de los demás planetas, e incluso en el sistema formado por un planeta y sus satélites. De modo que cada cuerpo interactúa con los demás del Sistema Solar, y el simple caso de un solo planeta moviéndose en torno al Sol se ve complicado por la presencia de fuerzas perturbadoras procedentes de los demás. Ello dará cuenta de las variaciones de las órbitas detectadas por los astrónomos; el problema matemático resultante era —y lo sigue siendo— enormemente complicado, y daría nacimiento a toda una disciplina, la mecánica celeste, que se desarrollaría rápidamente, al compás de los avances en matemáticas, en la segunda mitad del siglo XVIII.

Volvamos a Newton. Hacia 1665, Newton combinó la expresión de la fuerza centrífuga con la tercera ley de Kepler, obteniendo una fuerza inversa del cuadrado de la distancia. En ese momento todavía no se había perfilado su pensamiento; creía, bajo la influencia cartesiana, en la existencia de un conatus o tendencia centrífuga de los cuerpos que describen una trayectoria circular. Un par de años después comparó este conatus motivado por la rotación diurna de la Tierra con la gravedad en el ecuador; estableciendo que la gravedad predominaba grandemente sobre el conatus. Luego comparó el valor del conatus en el ecuador con el obtenido en el caso de la Luna; el resultado fue que la fuerza de gravedad era muy superior al conatus. Como vemos, Newton todavía no pensaba en términos de una fuerza centrípeta, ni tampoco se le había ocurrido extender la influencia de la gravedad hasta la Luna, comparando los valores de la atracción en ésta y sobre la superficie de la Tierra. De hecho, adoptó un valor erróneo para el radio ecuatorial de la Tierra. Más tarde, el propio Newton quiso hacer creer a todo el mundo que en estos cálculos se encerraba la prueba de la gravitación universal; sin embargo, faltaban todavía veinte años para la publicación de los Principia, y Newton se hallaba aún lejos de concebirla.

Fue más tarde, establecida la existencia entre los astros del Sistema Solar de una fuerza centrípeta que decrece como el cuadrado de la distancia, y que además, como también demostró, es proporcional a su masa, cuando dirigió su atención al caso de la gravedad. La gran síntesis consistió en asimilar la fuerza que causa la caída de los graves sobre la superficie de la Tie-

rra a esa otra fuerza atractiva que opera entre los planetas. Newton había probado que, en el caso de éstos (una gran masa esférica), la fuerza se ejerce como si toda su masa estuviese concentrada en su centro geométrico. Tomemos, pues, el centro de la Tierra, y consideremos a la Luna, que se encuentra a 60 radios terrestres de distancia. Si conociéramos la aceleración producida por la fuerza de atracción terrestre en la superficie, a un radio del centro, podríamos encontrar la que se produciría a 60 radios, pues ésta, de acuerdo con la ley de la inversa del cuadrado, deberá ser $1 / (60)^2 = 1 / 3600$ veces menor. Esta sería la aceleración de caída de la Luna hacia la Tierra que, dada su velocidad lineal, produce su movimiento de giro en torno a la misma. El movimiento lunar así predicho coincidió bastante bien con el realmente observado.

La misma causa, pues, se halla tras la caída de, digamos, una manzana y la caída de la Luna. Existe una atracción universal entre cada dos cuerpos que es directamente proporcional al producto de sus masas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que los separa:

$$F \propto Mm / r^2$$

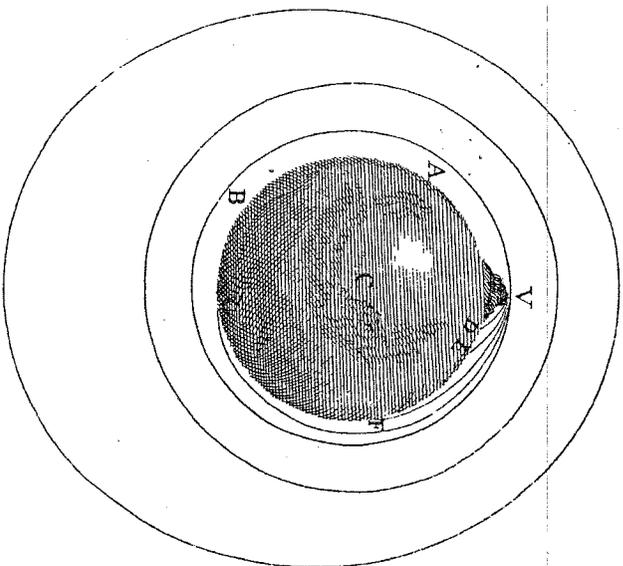


Figura 6.5. El lanzamiento de un satélite artificial. Tal como muestra Newton en su *De mundi systemate* (1728), si desde una altura muy elevada se lanzan, paralelamente al suelo distintos proyectiles con velocidades crecientes, finalmente se dará el caso de que se muevan describiendo órbitas en torno a la Tierra.

De acuerdo con Newton, esta fuerza de gravitación es la que da cuenta tanto del movimiento lunar como de la caída de un grave sobre la superficie terrestre. En este caso, de acuerdo con la segunda ley:

$$F = ma$$

o, si se quiere:

$$P = mg$$

donde P es el peso, g la aceleración de la gravedad en la superficie terrestre, y m la masa de la manzana. ¿Pero se trata de la misma masa en los dos casos? La masa de la segunda ley es una masa inercial m_i , que mide la resistencia de la manzana a cambiar su estado de reposo o movimiento bajo la acción del peso. La masa gravitatoria m_g de la manzana es algo distinto: está relacionada con su capacidad de ser atraída por (y de atraer a) la Tierra. Mediante algunos experimentos realizados con péndulos, en los que no entramos, Newton concluyó que ambas masas eran equivalentes.

La masa pasa así en la mecánica newtoniana a sustituir al peso como noción básica. Pues el peso es una noción relativa que, como muestra la expresión para F_g , depende de la distancia al centro y de la masa del cuerpo celeste que se considere: algo que nuestros astronautas comprobaron cuando se dieron una vuelta por la Luna.

Como corolario, es fácil deducir de aquí que todos los cuerpos, independientemente de su masa, caen en la superficie de la Tierra con la misma aceleración. Pues haciendo $F_g = P$ y cancelando las masas en ambos miembros de la ecuación, resulta que:

$$g \propto M / r^2$$

6.5. El programa newtoniano

La a veces llamada síntesis newtoniana (aunque, por otra parte, fue bastante original) constituyó, más que una obra acabada, todo un programa de indagación legado a la posteridad. Newton señaló el método y las leyes básicas, mostrando algunas de sus aplicaciones. Los *Principia* comienzan con una serie de definiciones y el enunciado de sus leyes del movimiento, seguidas por tres partes o Libros: el primero, «Del movimiento de los cuerpos», aplica sobre todo estas leyes al movimiento de masas puntuales en el vacío sometidas a fuerzas centrales; en el segundo, bajo el mismo título, intenta aplicar sus leyes a campos menos trillados, como eran los movimientos en medios resistentes y la mecánica de fluidos; finalmente, en el tercero, «Sobre el sistema del mundo», expone la ley de la gravitación universal y estudia a su luz las características de las órbitas elípticas resultantes apuntando sus

perturbaciones. Dentro de esto, se detiene en el análisis de nuestro satélite, que gira en torno a la Tierra con un movimiento perturbado por la atracción solar; consigue aquí explicar muchas cosas, pero el problema, según siendo demasiado complejo como para que alcanzase un éxito total. También estudió la figura de los planetas, achatada en torno a los polos a causa de su movimiento de rotación, que daba cuenta de la variación de la aceleración de la gravedad con la latitud. Explicó el fenómeno de las mareas como resultado de la atracción combinada del Sol y de la Luna sobre la masa de los océanos. Y abordó el estudio de los cometas como cuerpos que, sometidos a la gravitación solar, describían órbitas elípticas muy excéntricas. Aunque, mencionado así de pasada, no pareciera gran cosa, fueron aportaciones de gran significación. Una versión, más aligerada matemáticamente, de esta última parte sería publicada póstumamente en 1728 con el título de *De mundi systemate*.

El método empleado por Newton para la resolución de los distintos problemas estudiados en los *Principia* consistía en la elaboración de modelos matemáticos altamente simplificados (de ahí el título de la obra, «Principios matemáticos de filosofía natural»). En el caso del movimiento planetario, por ejemplo, se recogen en el Libro I una serie de construcciones puramente matemáticas; en una se consideraría una masa puntual idealizada (sin dimensiones), sometida a una fuerza central que está dirigida a un punto geométrico. En construcciones sucesivas se introducen complicaciones adicionales: por ejemplo, el punto matemático al que se dirige la fuerza se convierte en otra masa puntual; luego se introduce la consideración de fuerzas perturbadoras originadas por otras masas puntuales, etc.

El Libro III es de índole bien distinta. Al principio recoge una serie de fenómenos, de datos de observación, sobre los movimientos del Sistema Solar; a éstos sigue otra serie de Proposiciones. En ellas se explican los fenómenos invocando las demostraciones matemáticas de los Libros anteriores, mostrándose el acuerdo de las cifras deducidas de sus modelos con los datos de la observación.

Evidentemente, la construcción de modelos matemáticos gradualmente más complicados estaba guiada (aunque esto no se evidenciase en los *Principia*) por la consideración de la constitución física real del sistema que pretendía analizar. Pero, tratándose de construcciones matemáticas, Newton podía permitirse el lujo de entrar en consideraciones que en otro contexto hubieran resultado absurdas, como es el caso de las fuerzas de gravitación actuando a distancia. El buen resultado final del Libro III es que, se quiera o no, las matemáticas demuestran que estas fuerzas están actuando. Desde luego, ni tan siquiera el mismo Newton está convencido de que algo pueda achutarse allí donde no está. Así que deja abierta la cuestión de su causa, bien resida ésta en algún tipo de mecanismo al uso, o en cualquier otra cosa. (Esto, con ser muy bonito, no pasa con todo de ser una mera presentación

pública elaborada para no complicarse la vida: lo veremos en el apartado siguiente).

Junto a esto, todavía se debe a Newton la invención del cálculo infinitesimal, que elaboró independientemente de Leibniz. Gracias al mismo, las matemáticas pudieron avanzar lo suficiente como para abordar las múltiples aplicaciones que su mecánica dejó planteadas.

6.6. La otra cara del programa newtoniano y el fin del mecanicismo

Al lado del aséptico programa recogido en los *Principia*, y a pesar de todos sus escrúpulos por no tramar hipótesis, Newton dejó un panorama algo liado. Sus estudios sobre la naturaleza de la luz, recogidos en su *Optica* de 1706, apuntaban en una dirección bastante distinta. Los *Principia*, por más que dejaran mucha tarea para hacer, constituían una obra acabada y, por decirlo así, perfecta: la *Optica*, sin embargo, enraizada antes en la experiencia que en las matemáticas, respondía más a los nuevos ideales de las ciencias experimentales y recorría caminos mucho más aventurados. No entraremos ahora en su descripción, pues es tema que se reserva para el Capítulo siguiente. No podemos eludir, sin embargo, algún comentario acerca de la concepción del mundo que se esconde tras la obra de Newton, y que en cierta medida se sugiere en una serie de «questiones» al final de la *Optica*.

La síntesis newtoniana vino a perturbar bastante la filosofía mecanicista en la que el propio Newton se había apoyado. He aquí que ésta había surgido como una respuesta racional al mundo permeado de acciones animistas del Renacimiento: según los nuevos filósofos, en el mundo no había otra cosa que materia pasiva y movimiento. Pero ahora Newton alineaba junto a ellas unas «fuerzas» que nadie sabía bien qué eran, por más que se pudiesen medir por sus efectos, y activaba en cierto modo a la materia dotándola no sólo de una «fuerza ínsita» para oponerse a los cambios de estado dinámico, sino también, lo que resultaba infinitamente peor, de una oscura capacidad de actuar a distancia.

Newton no fue, de todos modos, el único en subrayar la importancia de la fuerza. En 1686, un año antes de que apareciera los *Principia*, Leibniz publicaba un trabajo en el que ponía de manifiesto las deficiencias de las concepciones cartesianas. Para él, constituía un craso error (y así lo demostraba) la identificación de la fuerza con la cantidad de movimiento. Su medida, argumentaba, estaba en esa cantidad que ya Huygens hallara analizando el problema de las colisiones, el producto de la masa por el cuadrado de la velocidad. Así, la conservación del mundo implicaba, no la de la cantidad de movimiento, sino la de la fuerza de tal modo entendida, que

Leibniz denomina «vis viva» (en contraposición a las fuerzas estáticas, o fuerzas muertas). Tal definición, que puede ser considerada como un germen del principio de conservación de la energía, no era de utilidad en la época para resolver los problemas dinámicos.

Junto a la vis viva, Leibniz alineaba un concepto de materia muy alejado de la pasividad cartesiana. El mecanicismo macroscópico no tenía, para él, una contrapartida microscópica; al contrario, para él la materia es vital y activa, y precisamente la conservación de la vis viva expresa la eterna conservación de esa vitalidad en un mundo que considera el mejor de todos los posibles.

Newton, por su parte, trató de ser extremadamente cauteloso y, poco deseoso de polemizar (prefería que otros lo hiciesen por él, como su discípulo Clarke lo haría con Leibniz), subrayó el carácter operativo de las fuerzas de atracción. De ahí su famosa afirmación «hipótesis non finigo» (por más que en privado no dejase de hacerlo). Publicamente, la posición de Newton era que, desde luego, las fuerzas de atracción debían tener una causa; pero que, mientras ésta no se descubriese, había que conformarse, lo que no era poco, con un constructo matemático capaz de predecir con fidelidad las apariencias.

Si las ideas de Newton resultaban sospechosas en el continente, donde dominaba la filosofía cartesiana, ésta no lo resultaba menos en las islas británicas. El materialismo mecanicista de los cartesianos se veía como un billete (sólo de ida) para el infierno. Para éstos, Dios hizo tan bien las cosas que su posterior intervención en la creación ya no era necesaria; el papel divino se había reducido a un simple papirotazo inicial que lo puso todo en movimiento (y por consiguiente hasta el milagro quedaba excluido); de ahí a eliminarlo del todo afirmando la eternidad del mundo sólo había un paso que ya algunos habían dado.

Los neoplatónicos de Cambridge, por el contrario, creían en una presencia constante en el mundo de la providencia divina. Dios era la única fuente de actividad en cada fenómeno de la naturaleza. De hecho, como nada puede actuar allí donde no está, Dios debía hallarse presente por doquier, operando sobre el mundo, bien directamente, bien sirviéndose de algún tipo de agente o espíritu activo, como podría ser el caso de un éter, idea con la cual jugó Newton en determinados momentos.

Esta concepción del mundo era compartida (si no encabezada) por Newton. Si bien es imposible dar cuenta aquí de su periplo intelectual, su postura podría resumirse diciendo que para él, como buen atomista, la materia estaba formada por corpusculos, indivisibles en última instancia, sólidos, masivos, duros, impenetrables y móviles. Tales partículas están dotadas de inercia y sometidas a sus leyes del movimiento. Y poseen, además, ciertos «principios activos», más o menos vinculados con la divinidad (en cualquier caso, no materiales), tales como el de la gravitación y los que

causan la cohesión y la fermentación de los cuerpos (entramos aquí en el campo de la química, que trataremos más adelante). Junto a la atracción de la gravedad, tales corpúsculos podrían poseer otras atracciones responsables de los efectos de la electricidad y del magnetismo. Atracciones que, desde luego, no tienen por qué cumplir la misma ley matemática que rige para el caso de la gravitación y cuyas causas son igualmente desconocidas. Junto a estas fuerzas atractivas, también podrían operar fuerzas repulsivas, entendidas como atracciones de signo negativo.

Pero volvamos a la famosa atracción. En 1744 sería publicada una carta de Newton dirigida a Robert Boyle, 65 años después de que fuese redactada. En ella Newton buscaba la explicación de la gravitación en la existencia y propiedades de un éter o sustancia sutil que permeaba todos los cuerpos. De modo que las nuevas ciencias experimentales encontraron dos vías para la indagación de los fenómenos, ambas sancionadas por la autoridad de Newton: por una parte, se podía pensar que cada partícula de materia actúa de acuerdo con ciertas leyes de fuerzas, que pueden cambiar de atractivas a repulsivas y variar su intensidad de acuerdo con la distancia; por otra, se podía suponer la existencia de fluidos sutiles, al estilo del éter concebido por Newton, portadores de propiedades físicas asociadas con los distintos fenómenos del calor, la electricidad, etc. Como se ve, un buen galimatías, pues la actividad de la materia, que al final Newton, quizás en el fondo para evitarse quebraderos de cabeza, acabó haciendo residir en la acción divina, quedaba ahora relegada, pero bien presente, en unos fluidos activos y sutiles cuyo papel será el de agentes capaces de iniciar en los cuerpos nuevos movimientos que éstos no podrían haber adquirido de otra manera.

De todos modos, el sistema newtoniano, tan cuidadosamente diseñado para salvar la intervención de la deidad. Llevaba en sí el germen de su propia perdición. Las acciones a distancia, entendidas como propiedades esenciales de la materia (interpretación que Newton jamás sostuvo), permitían formular la imagen de un universo ordenado por sí mismo, ya no por azar, sino por la propia determinación de sus leyes. Entretanto, y salvando las diferencias entre Descartes y Leibniz, algunos matemáticos franceses, como Maupertuis, buscarían la presencia divina en unos principios de conservación y economía que podían poner de manifiesto el plan de Dios para con su creación.