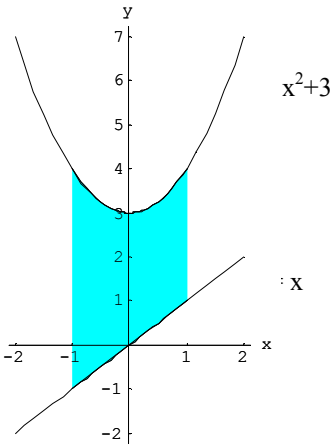
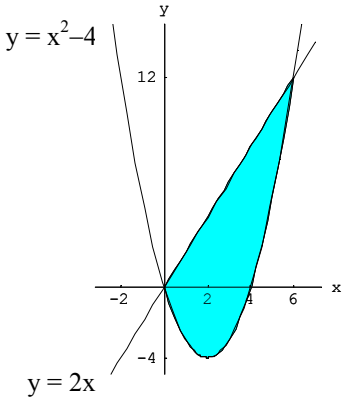
# Trabajo Práctico 6: Aplicaciones de la integración

## Sección 6.1

1) Encuentre el área de la región sombreada, en cada caso:




2) En cada uno de los casos que se presentan a continuación, esquematice la región encerrada por las curvas dadas. Decida si integra con respecto a x o y. Dibuje un rectángulo típico de aproximación y marque su altura y su ancho. A continuación halle el área de la región.

a) $y = x$, $y = x^2$

b) $y = x$, $y = \sqrt[3]{x}$

c) $y = x+1$, $y = (x-1)^2$, $x = -1$, $x = 2$

d) $y^2 = x$, $x - 2y = 3$

## Sección 6.2

3) En cada uno de los siguientes ítems, encuentre el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región limitada por las curvas alrededor del eje especificado. Trace un esquema de la región, del sólido y de un disco o anillo típico.

a) $y = x^2$, $x = 1$, $y = 0$; alrededor del eje x

b) $y = x^2$, $y^2 = x$; alrededor del eje x

c) $y^2 = x$, $x = 2y$; alrededor del eje y

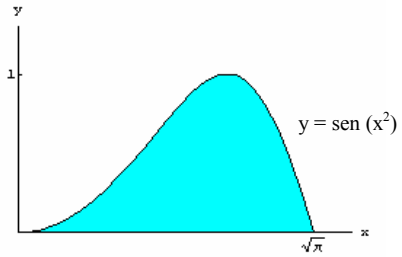
d) $y = x$, $y = \sqrt{x}$; en torno de $y = 1$

4) Establezca, pero no evalúe, una integral para el volumen del sólido que se obtiene al girar la región limitada por las curvas indicadas alrededor del eje x.
$y = \ln x$, $y = 1$, $x = 1$

5) Encuentre el volumen de un sólido cuya base es un disco circular de radio r y las secciones transversales paralelas, perpendiculares a la base, son cuadradas;

## Sección 6.3

6) Sea S el sólido que se obtiene al girar la región exhibida en la figura, en torno del eje y. Dibuje un cascarón típico y encuentre su altura y circunferencia. Use cascarones para hallar el volumen de S. Explique por qué este método resulta más adecuado que el de las rebanadas.






Instituto de Ciencias Básicas
Universidad Nacional de Cuyo

7) Aplique el método de los cascarones cilíndricos para calcular el volumen del sólido generado al girar la región acotada por las curvas dadas en torno del eje indicado. Bosqueje la región y un cascarón típico.
   a) $y = 1/x$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$; alrededor del eje y
   b) $x = 1 + y^2$, $x = 0$, $y = 1$, $y = 2$; alrededor del eje x
   c) $y = x^2$, $y = 0$; $x = 1$, $x = 2$; en torno de $x = 1$

8) Deduzca, pero no evalúe, una integral para el volumen del cuerpo generado al girar la región limitada por las curvas $y = \ln x$, $y = 0$, $x = 2$, en torno del eje y.

9) La integral $\int_0^{\pi/2} 2\pi \cos x \, dx$ representa el volumen de un cuerpo; descríbalo.

**Sección 6.5**

10) Calcule el valor medio de la función f en el intervalo dado en cada caso.
   a) $f(x) = \frac{1}{x}$, en el intervalo [1,4].
   b) $f(x) = \cos(x)$, en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

11) Para cada una de las siguientes funciones,
   a) calcule el valor promedio de la función en el intervalo dado;
   b) halle un valor c en el intervalo tal que f(c) sea el valor medio de la función en dicho intervalo;
   c) trace la gráfica de f y un rectángulo cuya área sea igual a la que está bajo la gráfica de f en el intervalo dado.

$f(x)= 4 - x^2$, en [0,2]; $g(x) = e^x$, en [0,2].

**Ejercicios (ver ejercicio 4 de los "problemas especiales" de el capítulo 6 del libro de Stewart)**

12) Un vaso cilíndrico de radio r y altura L se llena de agua y luego se inclina gradualmente hasta que el agua cubre exactamente la base.
   a) ¿Cómo se puede hacer "rebanadas" de agua para determinar secciones transversales rectangulares paralelas y luego establecer una integral definida que dé el volumen del agua en el vaso?
   b) ¿Cómo se puede determinar secciones transversales paralelas que sean trapezoides? Establezca una integral definida para el volumen del agua.
   c) Halle el volumen por evaluación de una de las integrales de los incisos precedentes.
   d) Determine el volumen a partir de consideraciones puramente geométricas.
   e) Ahora suponga que se inclina el vaso hasta que el agua cubra exactamente la mitad de la base. ¿En qué dirección se pueden hacer "rebanadas" que sean secciones triangulares? ¿Secciones rectangulares? ¿Secciones que den segmentos de círculo? Halle el volumen de agua en el vaso.


Instituto de Ciencias Básicas
Universidad Nacional de Cuyo