

Trabajo Práctico 8: Otras aplicaciones de la integración

Sección 8.1

- 1) Calcule la longitud del arco de la curva $y^2 = (x - 1)^3$, desde el punto A(1,0) hasta el punto B(2,1).
- 2) En cada uno de los casos que se presentan a continuación, determine la longitud de la curva:
 - a) $y = \frac{1}{3}(x^2 + 2)^{3/2}$, $0 \leq x \leq 1$;
 - b) $y = \frac{x^4}{4} + \frac{1}{8x^2}$, $1 \leq x \leq 3$.
- 3) Establezca, pero no evalúe, una integral para calcular la longitud de la curva $y = e^x \cos x$, para $0 \leq x \leq \pi/2$.
- 4) Encuentre la función longitud de arco para la curva $y = 2x^{3/2}$ con el punto inicial $P_0(1,2)$.

Sección 8.2

- 5) Deduzca, pero no evalúe, una integral que permita hallar el área de la superficie de revolución, que se obtiene al girar las curvas indicadas en torno del eje dado.
 - a) $y = \ln x$, $1 \leq x \leq 3$, alrededor del eje x;
 - b) $y = \sec x$, $0 \leq x \leq \pi/4$, alrededor del eje y.
- 6) Calcule el área de la superficie de revolución que se obtiene al hacer girar cada una de las siguientes curvas en torno del eje x.
 - a) $y = x^3$, $0 \leq x \leq 2$;
 - b) $y = \sin x$, $0 \leq x \leq \pi$.
- 7) La curva $y = \sqrt[3]{x}$, con $1 \leq y \leq 2$ gira en torno del eje y. Encuentre el área de la superficie de revolución resultante.

Selección de Ejercicios

- 8) Resuelva las siguientes integrales
 - a) $\int \frac{1+e^x}{1-e^x} dx$ (Sugerencia: multiplique y divida por e^x y luego haga la sustitución $u=e^x$.)
 - b) $\int \frac{e^{2x}}{\sqrt{e^x+1}} dx$ (Sugerencia: puede hacer la sustitución $u=\sqrt{e^x+1}$.)
 - c) $\int \frac{\ln(\ln x)}{x} dx$ (Sugerencia: realice integración por partes.)
 - d) $\int \cos(\log x) dx$ (Sugerencia: realice integración por partes.)
 - e) $\int \frac{1}{(x^2+1)^2} dx$ (Sugerencia: observe que $\frac{1}{(x^2+1)^2} = \frac{1}{x^2+1} - \frac{x^2}{(x^2+1)^2}$; puede realizar sustitución trigonométrica.)
 - f) $\int \frac{x+3}{x^2+2x+2} dx$ (Sugerencia: complete cuadrados.)
- 9) Halle la longitud de las curvas que son las gráficas de las siguientes funciones:
 - a) $f(x) = x^3 + \frac{1}{12x}$, $1 \leq x \leq 2$ (ver figura 1).
 - b) $f(x) = \ln(\cos x)$, $0 \leq x \leq \pi/6$ (ver figura 2).

Trabajo Práctico 8: Otras aplicaciones de la integración

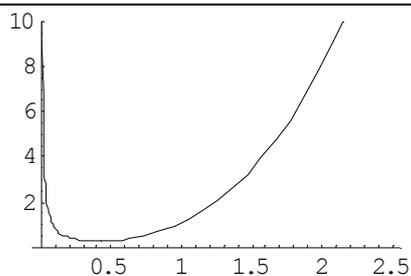


Figura 1

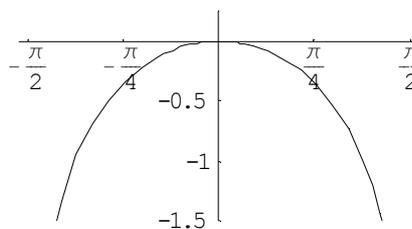


Figura 2

10) Sobre esferas:

- Halle el volumen de una esfera de radio r .
- Demuestre que la superficie de una esfera de radio r es $4\pi r^2$.

11) Halle por el método de los cascarones cilíndricos el volumen del sólido de la figura 3, obtenido al hacer girar la gráfica de la función $y = \cos x$, $-\pi/2 \leq x \leq \pi/2$, alrededor del eje y .

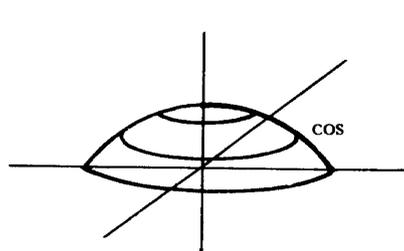


Figura 3

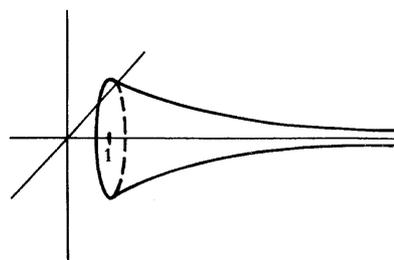


Figura 4

12) Se hace girar la gráfica de la función dada por $f(x) = 1/x$, $x \geq 1$, alrededor del eje x (ver figura 4).

- Halle el volumen de la «trompeta infinita» que así se delimita.
- Demuestre que el área superficial es infinita.