
Introducción al Álgebra Lineal

Año 2012

Práctica 2: Sistemas de ecuaciones lineales y matrices

Ejercicio 1. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones lineales aplicando el método de eliminación de Gauss.

$$(a) \begin{cases} -x + y - z = 1 \\ -2x + y + 3z = 10 \\ 3x + y + 2z = 3 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} y + 2z = 6 \\ 3x - 3y - 3z = -15 \\ x + 3y + 3z = 11 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} 3y + z = -9 \\ 3x + y = -8 \\ 3x + 7y + 2z = -26 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} 3x + y + 3z = 15 \\ -x + 3y - z = -5 \\ 2x + 4y + 2z = 9 \end{cases}$$

$$(e) \begin{cases} -x_1 + 3x_2 - 2x_3 = -17 \\ -2x_1 - 3x_2 = 14 \\ -3x_1 - x_2 - 2x_3 = 1 \end{cases}$$

$$(f) \begin{cases} x_1 + x_2 - 3x_3 = 2 \\ -3x_1 + x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$$

$$(g) \begin{cases} \frac{1}{3}x_1 + \frac{1}{3}x_2 + x_3 = 5 \\ -\frac{1}{3}x_1 - \frac{1}{2}x_2 - \frac{1}{3}x_3 = -\frac{5}{3} \end{cases}$$

$$(h) \begin{cases} 3x_2 + x_3 - x_4 = 3 \\ x_1 + x_2 - 2x_3 = 6 \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 - x_4 = 9 \end{cases}$$

$$(i) \begin{cases} x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + 3x_3 = -2 \\ 2x_1 + 6x_2 + 2x_3 - 2x_4 = 2 \end{cases}$$

$$(j) \begin{cases} x_1 + x_2 = 1 \\ x_2 + x_3 = 1 \\ x_3 + x_4 = 1 \\ x_1 + x_4 = 1 \end{cases}$$

$$(k) \begin{cases} x_1 + x_3 + x_4 = -5 \\ x_1 - x_3 + x_4 = -1 \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = -3 \\ 2x_1 + 2x_3 = -2 \end{cases}$$

$$(l) \begin{cases} x_1 - 8x_2 + 7x_4 = 9 \\ -2x_1 + 16x_2 - x_3 - 20x_4 = -24 \\ 2x_1 - 16x_2 + 6x_3 + 50x_4 + x_5 = 51 \end{cases}$$

$$(m) \begin{cases} x_1 + 4x_3 + 5x_4 = 0 \\ -2x_1 - x_2 - 10x_3 - 16x_4 = -6 \\ 2x_1 + 6x_2 + 20x_3 + 46x_4 + x_5 = 33 \end{cases}$$

$$(n) \begin{cases} 6x_1 - x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - x_3 - 6x_4 = -6 \\ 16x_1 - 2x_2 - 4x_3 - 4x_4 = 12 \end{cases}$$

$$(\tilde{n}) \begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 + x_4 = -1 \\ x_2 - x_3 - x_4 = 1 \\ x_1 + 2x_2 = -3 \end{cases}$$

$$(o) \begin{cases} x_1 + 2x_3 - x_4 = -1 \\ x_2 + x_3 + 2x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 - 2x_3 - x_4 = 4 \\ x_2 + x_3 = -2 \end{cases}$$

$$(p) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \\ 3x_1 + 3x_2 + 3x_3 + 4x_4 = 0 \end{cases}$$

$$(q) \begin{cases} x_1 - x_3 + x_4 = 5 \\ -x_1 + 2x_3 + x_4 = 0 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4 \\ x_1 + x_2 = 0 \end{cases}$$

Ejercicio 2. En cada uno de los siguientes items hallar todos los valores de a tales que el sistema dado tenga solución única, infinitas soluciones o no tenga solución.

$$(a) \begin{cases} 2x_1 + 3x_2 = 4 \\ 4x_1 + ax_2 = 8 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x_1 + 5x_2 = 4 \\ 4x_1 + 10x_2 = a \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x_1 - 2x_2 = 3 \\ ax_1 + 4x_2 = 5 \end{cases}$$

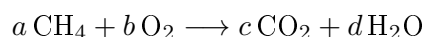
$$(d) \begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 = 3 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 = 4 \\ x_1 + 2x_2 + (a^2 - 8)x_3 = a \end{cases}$$

Ejercicio 3. Ariel, Bárbara y Cecilia van juntos a cenar. Ariel come dos hamburguesas y un pancho y toma dos gaseosas. Bárbara come una hamburguesa y un pancho y toma una gaseosa. Cecilia come dos panchos y toma una gaseosa. Al terminar, piden las cuentas por separado. Ariel debe pagar \$32, Bárbara \$19 y Cecilia \$17. ¿Cuáles son los precios de la hamburguesa, del pancho y de la gaseosa?

Ejercicio 4. Hallar $a, b, c \in \mathbb{R}$ tales que la parábola de ecuación $y = ax^2 + bx + c$ pase por los puntos $(1, 4)$, $(-1, 6)$ y $(2, 9)$.

Ejercicio 5. Hallar un polinomio $P(x)$ de grado menor o igual a 3 tal que $P(0) = 1$, $P(1) = 5$, $P(2) = 15$ y $P(-1) = -9$.

Ejercicio 6. En la combustión completa del metano (CH_4), éste reacciona con oxígeno para dar como productos dióxido de carbono y agua. La ecuación química correspondiente es



Balancear la ecuación anterior.

Ejercicio 7. El principal proceso en la producción del vino es la fermentación de la uva. Esta se produce cuando el azúcar de la uva reacciona con el oxígeno del aire para formar alcohol etílico, dióxido de carbono y agua, según la siguiente ecuación química



Balancear esta ecuación.

Ejercicio 8. Hallar $A, B \in \mathbb{R}$ tales que

$$\frac{x-1}{x(x^2+4)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{x^2+4}$$

para todo $x \in \mathbb{R} - \{0\}$.

Ejercicio 9. Hallar $A, B, C, D \in \mathbb{R}$ tales que

$$\frac{1}{(x-1)^2(x-2)^2} = \frac{A}{x-1} + \frac{B}{(x-1)^2} + \frac{C}{x-2} + \frac{D}{(x-2)^2}$$

para todo $x \in \mathbb{R} - \{1, 2\}$.

Ejercicio 10. Un químico desea preparar 24 cm^3 de una solución que contenga los líquidos A, B, C en partes iguales. Dispone de un recipiente donde hay A y C mezclados por partes iguales; otro en el que hay A y B mezclados en la proporción $2 : 3$ y un tercero en el que hay B y C mezclados en la proporción $1 : 2$. ¿Cuántos cm^3 de cada recipiente debe mezclar para obtener la solución deseada?

Nota: las cantidades X e Y están en proporción $2 : 3$ si $\frac{X}{Y} = \frac{2}{3}$.

Ejercicio 11. Un auto viaja a 40 km/h si va cuesta arriba, a 80 km/h si va cuesta abajo y a 60 km/h en los demás casos. Tarda 5 horas y 30 minutos para ir de A a B y 5 horas para volver de B a A. La longitud del camino entre A y B es de 290 km . ¿Qué longitud tiene el camino cuesta arriba de A a B, qué longitud tiene el camino cuesta abajo de A a B y qué longitud tiene el camino llano entre A y B?

Ejercicio 12. Un auto viaja a 60 km/h si va cuesta arriba, a 90 km/h si va cuesta abajo y a 72 km/h en los demás casos. Tarda 5 horas para ir de A a B y 4 horas para volver de B a A. ¿Qué longitud tiene el camino entre A y B?