1) Sea f: D → ℝ una función. Para los casos en que f está definida por

(i) $f(x)=\dfrac{1}{x}$ y por (ii) $f(x)=\left(\dfrac{x}{2}\right)^4-2\left(\dfrac{x}{2}\right)^3$, se pide:

a) encuentre su dominio, D.
b) Encuentre, si existen, todos sus valores máximos y mínimos locales.
c) Encuentre, si existen, todos sus puntos de inflexión.
d) Encuentre, si existen, todas las asíntotas verticales y horizontales al gráfico de f.
e) Encuentre todos sus intervalos de crecimiento y de decrecimiento.
f) Encuentre todos sus intervalos de convexidad y concavidad.

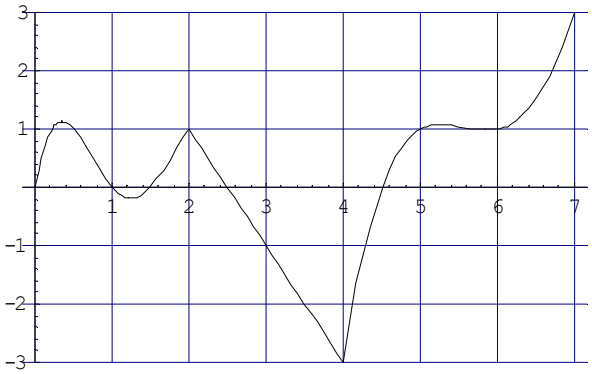
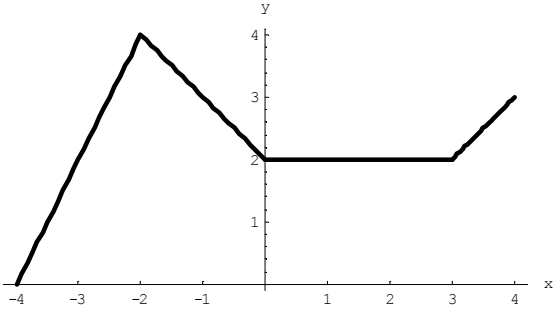
2) Sea f: ℝ→ℝ dada por $f(x)=\sqrt[3]{x^2(6-x)}$. Se conoce sus derivadas primera y segunda, dadas por $f'(x)=\dfrac{4-x}{\sqrt[3]{x(6-x)^2}}$ y $f''(x)=\dfrac{-8}{\sqrt[3]{x^4(6-x)^5}}$, respectivamente. Indique:

a) si f es creciente en algún intervalo; en caso afirmativo, dé un intervalo de crecimiento de f;
b) cuáles son los valores extremos locales de f, aclarando si se trata de máximos y/o mínimos;
c) cuáles son los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión de f, si los tiene.
d) Esboce un gráfico de f.

3) Se desea almacenar combustible en tanques metálicos de 1000 litros. Si, a pedido de los especialistas, los tanques deben ser cilíndricos, determine las dimensiones del cilindro (radio y altura) que minimizan la cantidad de metal necesaria para confeccionar dicho tanque.

4) Suponga que f: [0,7] → ℝ es una función y el gráfico representa la **derivada primera** de f, f'. Para cada una de las siguientes proposiciones indique si es verdadera (V) o falsa (F), justificando su elección.

a) f es derivable en el intervalo (0,7).
b) f no es derivable en a=2.
c) f ' no es derivable en a=2.
d) f''(4) > 0.
e) f es creciente en (0,1).
f) f es creciente en (4,5).
g) f ' es creciente en (4,5).
h) f es convexa en (4,5).
i) f ' es convexa en (4,5).
j) x=2 es un número crítico de f.
k) f presenta un máximo relativo en 1,5.
l) f ''(5,25)=0.



5) Dado el gráfico de f: [−4,4]→ℝ, esboce el gráfico de f '.