-ICB-
1º Año

Introducción al Algebra Lineal 2012

(7 copias) (4)

TRABAJO PRÁCTICO Nº1

Introducción al Algebra Lineal (1)

* Ejercicio (1)

a) $Q=(2,1)$ c) $Q=(1,0)$

b) $Q=(2,5)$ d) $Q=(4,1)$

* Ejercicio (2)

a) El vector $\vec{CD}$ donde $C=(0,0)$ y $D=(3,-1)$

b) El vector $\vec{CD}$ donde $C=(-1,1)$ y $D=(2,0)$

c) El vector $\vec{CD}$ donde $C=(-3,3)$ y $D=(0,2)$

d) El vector $\vec{CD}$ donde $C=(0,0)$ y $D=(3,-1)$

* Ejercicio (3)

(a) $A+B=(2,7)$; $A+C=(5,4)$; $A-C=(1,0)$

$B-C=(-3,3)$

* Ejercicio (4)

(a) $A+B=(4,3)$; $2A+B=(7,4)$; $3A+B=(10,5)$

$-A+B=(-2,-1)$; $-2A+2B=(-4,-2)$

* Ejercicio (5)

(a) Vector $\vec{PQ}$ con $P=(0,3)$ y $Q=(2,4)$

(b) Vector $\vec{AC}$ con $A=(3,2)$ y $C=(4,1)$

(c) Vector $\vec{OP}$ con con $O=(0,0)$ y $P=(1,1/2)$

* Ejercicio (6)

(a) $x=3$, $y=1$

(b) $x=1$, $y=-1$

(c) $x=9/5$, $y=-6/5$

* Ejercicio (7)

(a) $x=1/2$, $y=0$, $z=-1/2$ (b) $x=1$, $y=5$, $z=4$

(c) $x=a$, $y=b$, $z=c$

* Ejercicio (8).

(a) $P = (4, 0, 5)$

(b) Infinitas soluciones.

$Q = (2-\alpha, -2\alpha, 3-\alpha)$ con $\alpha > 0$.

Por ejemplo: con $\alpha = 1$, $Q = (0, -4, 3)$.

* Ejercicio (9).

- long $(3, 0) = 3$
- long $(2, 1) = \sqrt{5}$
- long $(-3, -4) = 5$
- long $(3, 3, 3) = \sqrt{27} = 3\sqrt{3}$
- long $(-2, 3, 0) = \sqrt{13}$

* Ejercicio (11)

(a) $d(A, B) = 5$; (b) $d(A, B) = 3$; (c) $d(A, B) = \sqrt{14}$.

* Ejercicio (12)

(a) $k_1 = \sqrt{3}$; $k_2 = -\sqrt{3}$

(b) $k_1 = 1/3$ y $k_2 = -1/3$.

(c) $k_1 = \sqrt{2}/2$ y $k_2 = -\sqrt{2}/2$

* Ejercicio (13)

(a) $\|v + w\| = \sqrt{19}$; (b) $\|v\| + \|w\| = \sqrt{6} + \sqrt{5}$

(c) $\|3v + 3w\| = 3\sqrt{19}$; (d) $\|v - u\| = \sqrt{17}$

(e) $\left\| \frac{1}{\|w\|} w \right\| = 1$; (f) $\|v + w - u\| = \sqrt{30}$

* Ejercicio (14)

(a) $\vec{\mu} = (3/\sqrt{10}, -1/\sqrt{10})$ y $\vec{v} = (-3/\sqrt{10}, +1/\sqrt{10})$

(b) $\vec{\mu} = (2/7, -3/7, 6/7)$ y $\vec{v} = (-2/7, 3/7, -6/7)$

(c) $\vec{\mu} = (0, 1, 0)$ y $\vec{v} = (0, -1, 0)$

(d) $\vec{\mu} = \left(a/\|A\|, b/\|A\|, c/\|A\| \right)$ y $\vec{v} = \left(-a/\|A\|, -b/\|A\|, -c/\|A\| \right)$

* Ejercicio 15

$$\left(0,\ -5/\sqrt{2},\ -5/\sqrt{2}\right).$$

* Ejercicio 16

(a) $\langle A, B\rangle = -5$ (b) $\langle B, A\rangle = -5$

(c) $\langle A, C\rangle = 0$ (d) $\langle A, E\rangle = 0$ (e) $\langle B, C\rangle = 0$

(f) $\langle B, C+D\rangle = -1$ (g) $\langle D-C, A\rangle = 1$ (h) $\langle F, A\rangle = x+2y$

(i) $\langle F, E\rangle = 0$

* Ejercicio 17

(a) $\langle A, B\rangle = 0$ (b) $\langle A, C\rangle = 0$ (c) $\langle A, B+C\rangle = 0$

(d) $\langle A, 2B-3C\rangle = 0$. (e) $\langle A, D\rangle = 4$ (f) $\langle D, A+E\rangle = 0$

* Ejercicio 19

(a) Todos los vectores de la forma $(0, y, z)$, con $y, z \in \mathbb{R}$.
(b) " " " " " " $(x, 0, z)$, con $x, z \in \mathbb{R}$.
(c) " " " " " " $(x, y, 0)$, con $x, y \in \mathbb{R}$
(d) " " " " " " $(0, 0, z)$, con $z \in \mathbb{R}$.
(e) " " " " " " $(0, y, 0)$, con $y \in \mathbb{R}$.
(f) " " " " " " $(y, 0, 0)$ con $y \in \mathbb{R}$.

* Ejercicio 18.

(a) Todos los vectores de la forma $(-2t, t)$, con $t \in \mathbb{R}$.
(b) Todos los vectores de la forma $(t, 2/3\,t)$, con $t \in \mathbb{R}$.
(c) " " " " " " $(0, t)$ con $t \in \mathbb{R}$.
(d) " " " " " " . $(t, 0)$ con $t \in \mathbb{R}$.

* Ejercicio 20.

Los vectores de la forma $(2t-5, t)$, con $t \in \mathbb{R}$.

* Ejercicio (21)

(a) $(8/\sqrt{2}, -8/\sqrt{2})$, no es único porque $(-8/\sqrt{2}, 8/\sqrt{2})$ también verifica.

(b) son todos los vectores (x, y, z) tales que $z=0$ y $x^2+y^2=1$.

(c) $(0,0,0) \to$ solución trivial

Todos los vectores de la forma $(t, -3/2\, t, -2t)$.

Ejemplo: si $t=1$, $(1, -3/2, -2)$

* Ejercicio (22).

(a) $\alpha = 3/4\,\pi$; (b) $\alpha = \pi/2$; (c) $\alpha = 2/3\,\pi$; (d) $\alpha = \pi/3$

* Ejercicio (23)

(a) Dos soluciones: $B_1 = (1,0)$ y $B_2 = (0,1)$. (únicas sol.)

(b) Dos soluciones: $B_1 = (-1, \sqrt{3})$ y $B_2 = (-1, -\sqrt{3})$.

* Ejercicio (24) $\|B\| = 3\sqrt{2}$.

* Ejercicio (26)

(a) $A \times B = (2, -4, 3)$

(b) $B \times A = (-2, 4, -3)$

(c) $A \times C = (-6, -3, 6)$

(d) $B \times C = (-5, 5, 0)$

(e) $(A \times B) \times C = (-2, -4, -4)$

(f) $A \times (B \times C) = (10, -10, 5)$

(g) $\langle A \times B, C \rangle = -15$

(h) $\langle A \times B, A \rangle = 0$

(i) $\langle A \times B, B \rangle = 0$.

* Ejercicio (27)

$V = (-1/\sqrt{2}, +1/\sqrt{2}, 0)$

* Ejercicio (28)

(a) Infinitas soluciones.

Todos los vectores de la forma $(2t+1, t, 2+5t)$, con $t \in \mathbb{R}$.

Por ej: si $t=1$, $(3, 1, 7)$.

(b) No existe.

* Ejercicio 29

$B = (1, 2, 1, 0)$

* Ejercicio 30

La condición necesaria y suficiente es que $x = y$ y $z = 0$.

* Ejercicio 31

(a) $\sqrt{30}$ u.a.
(b) $2\sqrt{11}$ u.a.
(c) 3 u.a.
(d) 4 u.a
(e) 2 u.a.
(f) 2 u.a.

* Ejercicio 32

(a) $X = t(1,-2,2) + (1,3,-1)$
(b) $X = t(1,2) + (1,1)$
(c) $X = t(5,-4,0)$
(d) $L_1: X = t(1,-1,0) + (-2,1,2)$
$L_2: X = t(0,1,1) + (-2,1,2)$

* Ejercicio 33

(a) $L_1 \cap L_2 = L_1$ (ó L_2) (son rectas coincidentes)
(b) $L_1 \cap L_2 = \emptyset$ (son alabeadas)
(c) $L_1 \cap L_2 = \{(1,2,1)\}$

* Ejercicio 34

(a) $x + 2y - z = 8$; (b) $x + y - z = 0$ (c) $-y + 2z = 1$.

* Ejercicio 35

(a) $z = 0$
(b) $x + y + z = 1$
(c) $x = 2$

* Ejercicio 36

(a) $z = 0$ (b) $z = -2$

* Ejercicio 37

(a) $N=(1,1,-2)$

(b) $(1,0,-1)$ y $(0,1,-1/2)$ infinitas respuestas posibles

(c) $\pi_1: x+y-2z=0$

(d) $\pi_2: x+y-2z=6$

* Ejercicio 38

(a) $4x+7y=$

(b) $L': X=t(4,7,0)+(1,2,-3)$

(c) $L\cap\pi=L$; $L'\cap\pi=\{A\}$.

* Ejercicio 39

(a) $L: X=t(2,-1,4)+(-1,3,2)$

(b) $Q=(-5/7, 20/7, 18/7)$

(c) $\|R-Q\|=\sqrt{3}/\sqrt{7}=\sqrt{21}/7$; $d(R,\pi)=\sqrt{21}/7=\sqrt{3}/\sqrt{7}$.

* Ejercicio 40

(a) $2x-y+2z=3$

(b) $3x+2y+7z=9$.

* Ejercicio 41

(a) $d(P,\pi)=\sqrt{3}$

(b) $d(P,L)=1/\sqrt{5}=\sqrt{5}/5$ $\left(\begin{array}{l} L: x+2y=3 \\ P=(2,1)\end{array}\right)$.

* Ejercicio 42

(a) $L': X=t(3,4)+(2,-3)$

(b) $P=(16/5, 7/5)$ y $Q=(4/5, 27/5)$

(c) $P=(-18/25, -24/25)$

(d) $\langle P-A, (3,4)\rangle=0$

* **Ejercicio (43)**

(a) Todos los (x,y,z) tales que $x^2+y^2+z^2=1$ (esfera de centro $(0,0,0)$ y radio 1)

(b) " " " " " $(x-1)^2+(y-1)^2+z^2=1$ (esfera de centro $(-1,-1,0)$ y radio 1)

(c) " " " " " $(x-1)^2+(y-1)^2=1$ y $z=0$.

(d) los puntos $(1,0,0)$ y $(1,2,0)$.

* **Ejercicio (44)**

(a) $(2/3, -1/3, 1/3)$

(b) $(18/11, 10/11, -4/11)$

(c) $(3/2, -1/2)$

* **Ejercicio (45)**

(a) $L': X = t(1,-1,0)$

(b) $L': X = t(x,y,0)$ con $x,y \in \mathbb{R}$ (para cada x_0 e y tenemos una recta que cumple lo pedido)

* **Ejercicio (46)**

$k=5$ y $k=-4$

* **Ejercicio (47)**

(a) Todos los puntos del plano $\pi_1: x+2y=5$, y todos los puntos del plano $\pi_2: x+2y=-5$.

(b) los puntos $(10/8, 15/8, -5/8)$ y $(-10/8, -15/8, 5/8)$.

* **Ejercicio (48)**

(a) Hay infinitas soluciones.

Por ejemplo: $L_1: X = t(0,2,1) + (-1,0,1)$

$L_2: X = t(-5/3, -1/2, 1) + (-1,0,1)$

(b) $L: X = t(14, 11, -5) + (-1, 0, 1)$

(es única)

* **Ejercicio (49)**

(a) los puntos P de los planos:

$\pi_3: 15x - 11y - 2z = 26$

$\pi_4: 15x + 31y - 58z = -16$

(b) los puntos de las rectas:

$L_1: X = t(10,12,9) + (9, -3, 1)$

$L_2: X = t(10,12,9) + (41/9, 11/3, 1)$

$L_3: X = t(10,12,9) + (-1/3, -3, 1)$

$L_4: X = t(10,12,9) + (-\frac{43}{9}, \frac{11}{3}, 1)$