

UNIDAD 6

Rotación de cuerpos rígidos

PREGUNTAS PARA EL ANÁLISIS

- 1- Dos puntos situados sobre un disco giran a velocidad angular constante. Uno de ellos está en el borde del disco y el otro a mitad de camino entre el borde y el eje. ¿Cuál de los puntos recorre una mayor distancia durante un tiempo determinado? ¿Cuál gira un mayor ángulo? ¿Cuál tiene más velocidad? ¿Cuál posee mayor velocidad angular? ¿Cuál mayor aceleración tangencial? ¿Cuál mayor aceleración centrípeta?
- 2- Explique porque al cambiar el eje de rotación de un cuerpo cambia su momento de inercia.
- 3- Un atleta al saltar desde un trampolín puede realizar diferentes movimientos físicos antes de entrar en el agua ¿su momento de inercia permanece constante en el salto?
- 4- ¿Todas las partículas de una rueda en rotación alrededor de su eje tienen la misma aceleración angular?
- 5- Compare las velocidades angulares de los piñones y ruedas de una bicicleta.
- 6- ¿Qué diferencia hay entre la aceleración lineal y tangencial para un punto de un cuerpo que gira?
- 7- Una polea complicada consiste en cuatro esferas idénticas colocadas en los extremos de rayos que se prolongan desde un tambor giratorio (Fig. 1). Una caja está unida a una cuerda delgada y ligera que se enrolla en el borde del tambor. Cuando se libera del reposo, la caja adquiere una rapidez V después de caer una distancia d . Ahora las cuatro esferas se mueven hacia adentro más cerca del tambor, y de nuevo la caja se suelta del reposo. Después de caer una distancia d , ¿su rapidez será igual a V , menor que V o mayor que V ? Demuestre o explique por qué.

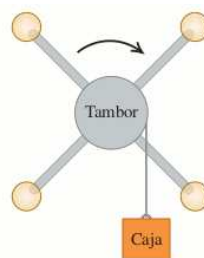
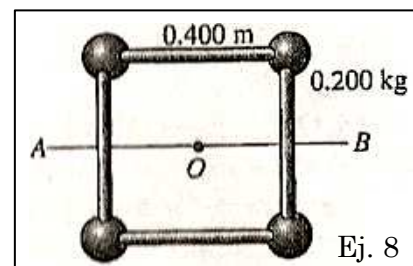


Figura 1

EJERCICIOS

1. Un aspa de ventilador gira con velocidad angular dada por $\omega_z(t) = \gamma - \beta t^2$, donde $\gamma = 5 \text{ rad/s}$ y $\beta = 0.8 \text{ rad/s}^3$. a) Calcule la aceleración angular en función del tiempo. b) Calcule la aceleración angular instantánea α_z en $t = 3 \text{ s}$ y la aceleración angular media α_{m-z} para el intervalo de $t = 0$ a $t = 3 \text{ s}$. ¿Qué diferencia hay entre estas cantidades? Si son diferentes, ¿por qué lo son?
2. Una rueda gira en torno a un eje que está en la dirección del eje z . La velocidad angular θ_z es de -6 rad/s en $t = 0$, aumenta linealmente con el tiempo y es de 8 rad/s en $t = 7 \text{ s}$. Hemos considerado positiva la rotación antihoraria. a) ¿La aceleración angular durante este intervalo de tiempo es positiva o negativa? b) ¿Durante qué intervalo de tiempo está aumentando la rapidez de la rueda? ¿Y disminuyendo? c) Determine el desplazamiento angular de la rueda en $t = 7 \text{ s}$.
3. Un ventilador eléctrico se apaga, y su velocidad angular disminuye uniformemente de 500 rpm a 200 rpm en 4 s . a) Calcule la aceleración angular en rev/s^2 y el número de revoluciones que el motor giró en el intervalo de 4 s . b) ¿Cuántos segundos más tardara el motor en parar si la aceleración angular se mantiene constante en el valor calculado en (a)?
4. En $t = 0$, la velocidad angular de una rueda de afilar era de 24 rad/s , y tuvo una aceleración angular constante de 30 rad/s^2 hasta que un interruptor de circuito se abrió en $t = 2 \text{ s}$. A partir de ese momento, la rueda giró 432 rad con aceleración angular constante hasta parar. a) ¿Qué ángulo total giró la rueda entre $t = 0$ y el instante en que se detuvo? b) ¿En qué tiempo se detuvo? c) ¿Qué aceleración tenía al irse frenando?
5. El rotor principal de un helicóptero gira en un plano horizontal a 90 rpm . La distancia entre el centro del eje del rotor y cada punta es de 5 m . Calcule la rapidez de la punta de la hoja en el aire: a) si el helicóptero está en tierra; b) si el helicóptero asciende verticalmente a 4 m/s .
6. Un volante de 0.3 m de radio parte del reposo y acelera con aceleración angular constante de 0.6 rad/s^2 . Calcule la magnitud de las aceleraciones tangencial y radial, y de la aceleración resultante de un punto en su borde: a) al principio; b) después de girar 60° ; c) después de girar 120° .
7. En $t = 3 \text{ s}$, un punto en el borde de una rueda de 0.2 m de radio tiene una rapidez tangencial de 50 m/s mientras la rueda se frena con aceleración tangencial de magnitud constante de 10 m/s^2 . a) Calcule la aceleración angular constante de la rueda. b) Calcule las velocidades angulares en $t = 3 \text{ s}$ y $t = 0$. c) ¿Qué ángulo giró la rueda entre $t = 0$ y $t = 3 \text{ s}$? d) ¿En qué instante la aceleración radial es igual a g ?
8. Cuatro esferas pequeñas, que pueden considerarse como punto con masa de 0.2 kg cada una, están dispuestas en un cuadrado de 0.4 m de lado, conectadas por varillas ligeras (ver figura). Calcule el momento de inercia del sistema alrededor de un eje: a) que pasa por el centro de cuadrado, perpendicular a su plano (que pasa por O en la figura); b) que bisecta el cuadrado (pasa por la línea AB en la figura); c) que pasa por los centros de las esferas superior izquierda e inferior derecha y por el punto O .



9. Una hélice de avión tiene un diámetro de 2.08 m (de punta a punta) y masa de 117 kg , y gira a 2400 rpm alrededor de un eje que pasa por su centro. a) ¿Qué energía cinética rotacional tiene? Trate la hélice como varilla delgada. b) Si no girara, ¿Qué distancia tendría que caer libremente la hélice para adquirir esa energía.

10. El volante de un motor a gasolina debe ceder 500 J de energía cinética cuando su velocidad angular se reduce de 650 rpm a 520 rpm . ¿Qué momento de inercia se requiere?

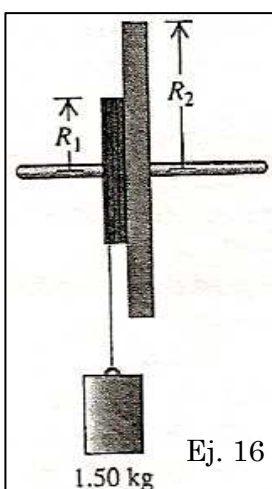
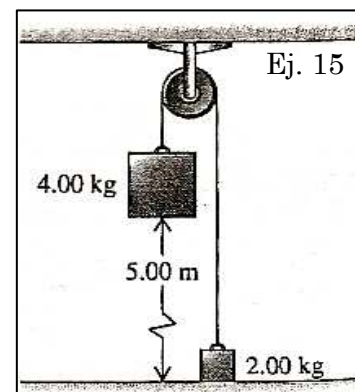
11. Una lámina de acero rectangular delgada tiene lados que miden a y b , y una masa de M . Use el teorema de los ejes paralelos para calcular el momento de inercia de la lámina alrededor de un eje perpendicular al plano de la lámina y que pasa por una esquina.

12. El volante de una troqueladora tiene un momento de inercia de 16 kg m^2 y gira a 300 rpm , suministrando la energía necesaria para una operación de troquelado rápido. a) Calcule la rapidez en rpm que tendrá el volante después de una operación que requiere 400 J de trabajo. b) ¿Qué potencia constante debe alimentarse al volante (en watts) para que recupere su rapidez inicial en 5 s ?

13. Se ha sugerido que las plantas eléctricas aprovechen las horas de bajo consumo (por ejemplo, después de la media noche) para generar energía mecánica y almacenarla hasta que se necesite durante los periodos de carga máxima, como a medio día. Una propuesta consiste en almacenar la energía en enormes volantes que giren sobre cojinetes casi sin fricción. Considere un volante de hierro (densidad 7800 kg/m^3) con forma de disco uniforme de 10 cm de espesor. a) ¿Qué diámetro debería tener semejante disco para almacenar 10 megajoules de energía cinética al girar a 90 rpm en torno a un eje perpendicular al disco que pasa por su centro? b) ¿Qué aceleración centrípeta tendría un punto en su borde al girar con esta rapidez?

14. Un metro de 0.160 kg pivotea sobre un extremo de modo que puede girar sin fricción alrededor de un eje horizontal. El metro que sostiene en posición horizontal y se suelta. Al pasar por la vertical calcule: a) el cambio de energía potencial gravitacional que ha habido; b) la rapidez angular del metro; c) la rapidez lineal del extremo opuesto del eje. d) Compare la respuesta de la parte (c) con la rapidez de una partícula que ha caído 1 m desde el reposo.

15. La polea de la figura tiene 0.16 m de radio y su momento de inercia es de 0.48 kg m^2 . La cuerda no resbala en la polea. Use métodos de energía para calcular la rapidez del bloque de 4 kg justo antes de golpear el piso.



16. Dos discos metálicos, con radios $R_1 = 2.5\text{ cm}$ y $R_2 = 5\text{ cm}$ y masas $M_1 = 0.8\text{ kg}$ y $M_2 = 1.6\text{ kg}$, se sueldan juntos y se montan en un eje sin fricción que pasa por su centro común (ver figura). a) ¿Qué momento de inercia total tienen los discos? b) Un hilo ligero se enrolla en el disco más chico y se cuelga de él un bloque de 1.5 kg . Si el bloque se suelta del reposo a una altura de 2 m sobre el piso, ¿Qué rapidez tiene justo antes de golpear el piso? c) Repita la parte (b) pero ahora con el hilo enrollado en el disco grande. ¿En que caso alcanza mayor rapidez el bloque? Explique su respuesta.

17. En la figura siguiente, el cilindro y la polea giran sin fricción en torno a ejes horizontales estacionarios que pasan por su respectivo centro. Se enrolla una cuerda ligera en el cilindro, la cual pasa por la polea y tiene una caja de 3 kg suspendida de su extremo libre. No hay deslizamiento entre la cuerda y la superficie de la polea. El cilindro uniforme tiene masa de 5 kg y radio de 40 cm . La polea es un disco uniforme con masa de 2 kg y radio de 20 cm . La caja se suelta desde el reposo y desciende mientras la cuerda se desenrolla del cilindro. Calcule la rapidez que tiene la caja cuando ha caído 1.5 m .

