



NOCIONES INTRODUCTORIAS DE ALGEBRA

Dra. Lic. Eugenia Artola



Introducción

La Matemática aparece como una de las principales claves para la comprensión del mundo en que vivimos; de ahí su valor en la cultura, en la sociedad, en la historia y sobre todo en el presente. El conocimiento matemático se considera un componente fundamental para la formación integral de la persona, por las capacidades y actitudes que desarrolla, por las proyecciones que tiene en la vida, como también así en la adquisición del hábito natural de dirigir el pensamiento y adoptar decisiones en la resolución de problemas.

El Algebra, esta rama de la Matemática, brinda a los estudiantes competencias vinculadas con la adquisición de un nuevo lenguaje, en beneficio de su organización mental, su razonamiento, su forma de comunicación y su aplicación a nuevos temas o problemas, de manera que pueda acceder a un mayor nivel de sistematización, integración y abstracción respecto a los contenidos conceptuales y metodologías apropiadas.

Esta aproximación a las “Nociones introductorias de Algebra”, provee los contenidos y herramientas necesarias para abordar de manera más eficaz el proceso de aprendizaje de las asignaturas del Ciclo Básico, correspondiente a las carreras de Licenciaturas y Profesorados de la FCEN, y en particular a Introducción al Algebra Lineal.

Se ha organizado en dos encuentros, en los cuales se abordarán contenidos básicos de Lógica matemática y del Lenguaje conjuntista

➤ PRIMER ENCUENTRO

Comenzaremos ampliando el lenguaje matemático, introduciendo algunas nociones de Lógica proposicional.



CONTENIDOS A TRABAJAR

Proposiciones. Negación. Conectivos lógicos: conjunción, disyunción, implicación y doble implicación. Implicaciones asociadas. Tablas de verdad: tautologías, contradicciones y contingencias.

LOGICA PROPOSICIONAL

- **Proposición**

Una proposición es un enunciado o expresión lingüística, del cual puede establecerse un valor de verdad, es decir se puede determinar si es verdadero (**V**) o falso (**F**).

No son proposiciones aquellas que expresan deseo, orden, interrogación o exclamación. Se suelen simbolizar con letras imprenta minúsculas: p, q, r, s, etc.

Ejemplos de proposiciones:

p: *El mes de agosto tiene 31 días.*

En este caso el valor de verdad de la proposición p es verdadero (V).

q: *$3 = 2+2$.*

En este caso el valor de verdad de la proposición q es falso (F).

r: *Manuel Belgrano fue un prócer argentino.*

En este caso el valor de verdad de la proposición r es verdadero (V).

Ejemplos de oraciones que no son proposiciones:

¡Qué lindo cuadro!

Esta oración es exclamativa, por lo tanto, no puedo saber si es verdadero o falsa, luego no es una proposición.

Apaga la luz.

Esta oración expresa orden, por lo tanto, no puedo saber si es verdadero o falsa, luego no es una proposición.

¿Cuál es tu nombre?

Esta oración es interrogativa, por lo tanto, no puedo saber si es verdadero o falsa, luego no es una proposición.

$$x+3 = 4$$

Esta oración está escrita en el lenguaje matemático, no sé cuál es el valor de x , por lo tanto, no puedo saber si es verdadero o falsa, luego no es una proposición.



ACTIVIDADES

Ejercicio 1

Marque con una cruz las oraciones que sean proposiciones:

- a) En todo triángulo la suma de la medida de sus ángulos interiores es igual a 180° .
- b) $3-5 = 12+8$
- c) ¡Qué lindo cuadro!
- d) Un hexágono no es un polígono.
- e) ¿Cuál es tu dirección de mail?
- f) $2x + 3 = 25 - x$
- f) No arrojes papeles al piso.

Ejercicio 2

Asigne un valor de verdad para las siguientes proposiciones (coloque verdadero (V) o falso (F)):

- a) El número de oro es un número real.
- b) Un cuadrilátero tiene cinco lados.
- c) Si un número entero se multiplica por un número real, su resultado es otro número entero.
- d) Las diagonales de un rectángulo se intersectan en dos puntos.
- e) La suma de dos números naturales es otro número natural.

- **Negación de una proposición**

Dada una proposición p , siempre es posible determinar otra proposición negándola, se simboliza: $\neg p$, se lee “no p ”.

Si p es una proposición verdadera su negación será falsa y viceversa. En la siguiente tabla se puede visualizar:

p	$\neg p$
V	F
F	V

Ejemplo:

Sea la proposición p : *El mes de agosto tiene 31 días*, su negación será la proposición $\neg p$: *El mes de agosto no tiene 31 días*.



ACTIVIDADES

Ejercicio 3

Escribe la negación de las siguientes proposiciones simples:

- $3+5 = 2 - 8$.
- El número “ e ” es un número irracional.
- $8 - 13 \neq 4+3$.
- Un cuadrado es un polígono.
- Un triángulo isósceles tiene todos sus lados desiguales.
- El área de un círculo es igual a su perímetro.

Ejercicio 4

Une con flechas cada proposición con su negación correspondiente:

$$\begin{aligned} 5 - 3 &< 2 + 1 \\ 3 + 5 &\leq 1 - 2 \\ 3 - 5 &\geq 2 - 1 \\ 3 + 5 &= 1 + 2 \\ 5 + 3 &> 2 - 1 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3 - 5 &< 2 - 1 \\ 3 + 5 &\neq 1 + 2 \\ 5 + 3 &\leq 2 - 1 \\ 5 - 3 &\geq 2 + 1 \\ 3 + 5 &\leq 1 - 2 \\ 5 + 3 &> 2 - 1 \\ 3 + 5 &> 1 - 2 \\ 5 + 3 &> 2 - 1 \end{aligned}$$

- **Conectivos lógicos**

A través del uso de conectivos lógicos se obtienen proposiciones compuestas. En este taller estudiaremos los siguientes conectivos lógicos: conjunción, disyunción, implicación simple o condicional y doble implicación o bicondicional.

Conjunción

Dadas dos proposiciones p y q cualesquiera, la conjunción de dos proposiciones es otra proposición anotada $p \wedge q$, y es verdadera sólo cuando ambas son verdaderas. Se lee p y q .

En la siguiente tabla se encuentran los valores de verdad de la conjunción de dos proposiciones, en este caso de p y q . En la columna central están esos valores marcados en azul.

p	$\wedge$	q
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	F	F

Disyunción

La disyunción de dos proposiciones es otra proposición anotada $p \vee q$, y será falsa solo cuando ambas son falsas. Se lee p ó q .

En la siguiente tabla se encuentran los valores de verdad de la conjunción de dos proposiciones, en este caso de p o q . En la columna central están esos valores marcados en azul.

p	$\vee$	q
V	V	V
V	V	F
F	V	V
F	F	F

Implicación simple o condicional

La implicación de proposiciones es otra proposición anotada $p \Rightarrow q$, y es falsa cuando el antecedente es verdadero y el consecuente es falso. Se lee p implica q .

En la siguiente tabla se encuentran los valores de verdad de la conjunción de dos proposiciones, en este caso de p implica q . En la columna central están esos valores marcados en azul.

p	$\Rightarrow$	q
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	V	F

En este caso la proposición p recibe el nombre de ‘antecedente’ y la proposición q de ‘consecuente’.

Implicaciones asociadas

Dada una implicación simple: $p \Rightarrow q$ existen tres implicaciones asociadas a ella que son:

recíproca: $q \Rightarrow p$

contraria: $\neg p \Rightarrow \neg q$

contrarecíproca: $\neg q \Rightarrow \neg p$

Doble implicación o bicondicional

Dadas dos proposiciones p , q se puede formar otra proposición compuesta llamada doble implicación o bicondicional, anotada $p \Leftrightarrow q$. La doble implicación es verdadera cuando ambas proposiciones toman el mismo valor de verdad y es falsa en caso contrario.

Se lee p si y solo si q .

p	$\Leftrightarrow$	q
V	V	V
V	F	F
F	F	V
F	V	F



ACTIVIDADES

Ejercicio 5

Escribe los siguientes enunciados usando proposiciones y conectivos lógicos.

a) $4+3=7$ ó $15-8=7$

b) $1/3$ es un número entero y 3 es natural.

c) $6+8=23$ entonces $(2)^0 = 1$

d) El mes de julio tiene 31 días si y solo si agosto tiene 30 días.

Ejercicio 6

Encuentre el valor de verdad para las siguientes proposiciones compuestas:

a) 2 es un natural y $2/5$ es un entero.

b) Si 0,4 es un numero racional entonces -0,45 es un número real.

c) La suma de la medida de los ángulos interiores de un octógono es igual a 1080° o posee 5 diagonales.

d) Un paralelogramo es un cuadrilátero si y solo si un triángulo es un polígono.

Ejercicio 7

Siendo p una proposición verdadera, q falsa y r verdadera, determine el valor de verdad de las siguientes proposiciones compuestas:

a) $[(q \vee \neg q)] \wedge (p \Rightarrow r)$

b) $\neg[(p \vee \neg r)] \wedge (r \Rightarrow \neg p)$

c) $(p \vee \neg r) \wedge (q \vee \neg p)$

d) $(r \Rightarrow \neg q) \vee (p \Leftrightarrow \neg r)$

Ejercicio 8

Construye las tablas de verdad para las siguientes proposiciones compuestas, e indique si es una tautología, contradicción o contingencia:

a) $\neg(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$

b) $(p \vee r) \Leftrightarrow [(\neg p \vee q) \Rightarrow \neg r]$

c) $\neg[(\neg p \vee q) \wedge (\neg q \vee p)] \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

d) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg q \Rightarrow \neg p)$

e) $(\neg p \Rightarrow \neg q) \Leftrightarrow [(q \vee r) \wedge p]$

f) $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (q \Rightarrow p)$

Se obtiene una TAUTOLOGIA, cuando todos los valores de verdad obtenidos son verdaderos. Cuando todos los valores de verdad obtenidos son falsos, se llama CONTRADICCIÓN, y cuando en la tabla se obtienen valores verdaderos o falsos se denomina CONTINGENCIA.

Propiedades:

- La implicación simple es equivalente a la disyunción del antecedente negado del consecuente, es decir:

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\neg p \vee q)$$

- La doble implicación de dos proposiciones p, q , es equivalente a la conjunción de dos implicaciones simples en las cuales se intercambian el antecedente y el consecuente respectivamente:

$$(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow [(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)]$$



ACTIVIDADES

Ejercicio 9

Construye las tablas de verdad para demostrar que las propiedades anteriores son tautologías.

Seguiremos ampliando las nociones de lógica matemática, considerando las propiedades o leyes lógicas, que permiten realizar la simplificación de proposiciones compuestas.



CONTENIDOS A TRABAJAR

Leyes lógicas: involución, idempotencia, conmutativa, identidad, asociativa, complemento, distributiva, leyes de De Morgan. Esquemas proposicionales. Cuantificadores lógicos: existencial y universal. Negación de esquemas proposicionales.

- **Leyes y principios lógicos**

Involución

La negación de una proposición negada es equivalente a la proposición.

$$- (- p) \Leftrightarrow p$$

Idempotencia

La conjunción, o la disyunción, de una proposición consigo misma es equivalente a dicha proposición.

$$(p \vee p) \Leftrightarrow p$$

$$(p \wedge p) \Leftrightarrow p$$

Conmutativa

Si se cambia el orden de las proposiciones en conjunción, o en disyunción se obtiene una proposición equivalente.

$$\begin{aligned}(p \vee q) &\Leftrightarrow (q \vee p) \\ (p \wedge q) &\Leftrightarrow (q \wedge p)\end{aligned}$$

Identidad

La disyunción de una proposición y una falsedad es equivalente a dicha proposición. La conjunción de una proposición y una verdad es equivalente a dicha proposición.

$$\begin{aligned}(p \vee F) &\Leftrightarrow p \\ (p \vee V) &\Leftrightarrow V \\ (p \wedge F) &\Leftrightarrow F \\ (p \wedge V) &\Leftrightarrow p\end{aligned}$$

Asociativa

Cualesquiera sean las proposiciones p, q, r , se verifican las siguientes equivalencias:

$$\begin{aligned}(p \vee q) \vee r &\Leftrightarrow p \vee (q \vee r) \\ (p \wedge q) \wedge r &\Leftrightarrow p \wedge (q \wedge r)\end{aligned}$$

Complemento

La disyunción de una proposición y su negación es una verdad absoluta. La conjunción de una proposición y su negación es una falsedad absoluta.

$$\begin{aligned}(p \vee \neg p) &\Leftrightarrow V \\ (p \wedge \neg p) &\Leftrightarrow F\end{aligned}$$

Distributiva

Cualesquiera sean las proposiciones p, q, r , se verifican las siguientes equivalencias:

$$\begin{aligned}p \wedge (q \vee r) &\Leftrightarrow (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \\ p \vee (q \wedge r) &\Leftrightarrow (p \vee q) \wedge (p \vee r)\end{aligned}$$

Leyes de De Morgan

La negación de una disyunción es equivalente a la conjunción de las dos proposiciones negadas.

$$\neg (p \vee q) \Leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$$

La negación de una conjunción es equivalente a la disyunción de ambas proposiciones negadas.

$$\neg (p \wedge q) \Leftrightarrow (\neg p \vee \neg q)$$



Ejercicio 10

Aplique sucesivamente las leyes lógicas para simplificar las siguientes proposiciones compuestas:

- a) $(p \vee q) \wedge \neg q$
- b) $\neg(p \wedge q) \vee p$
- c) $(q \Rightarrow p) \vee q$
- d) $\neg(p \vee \neg q) \wedge \neg p$
- e) $[(p \vee q) \vee \neg p] \Leftrightarrow \{p \vee [\neg(p \wedge q)]\}$
- f) $\neg(p \wedge q) \Rightarrow \neg p$
- g) $(q \Rightarrow \neg p) \vee (q \wedge \neg q)$
- h) $\neg(\neg p \vee q) \wedge (\neg p \Leftrightarrow q)$

- **Esquemas proposicionales**

Hay expresiones como:

$$x+1 = 7 \qquad x \geq 2 \qquad x^3 = 2x^2$$

que contienen variables y cuyo valor lógico dependerá del valor atribuido a esas variables.

En los ejemplos citados: $x+1 = 7$ es verdadera si x es igual a 6, y falsa en cualquier otro caso.

Lo mismo ocurre para $x \geq 2$, que será verdadera para un conjunto de valores y falsa para otro.

A estas expresiones que contienen variables se las llama **funciones proposicionales** o **esquemas proposicionales**.

Los esquemas proposicionales no son proposiciones ya que su valor lógico o valor de verdad (V ó F), depende del valor dado a las variables.

Hay dos maneras de transformar esquemas proposicionales en proposiciones:

- atribuir valor a las variables
- utilizar cuantificadores

- **Cuantificadores**

El **cuantificador universal**, usado para transformar esquemas proposicionales en proposiciones, se indica con el símbolo: $\forall$, que se lee: “para todo”.

Ejemplos:

$(\forall x) (x \in \mathbb{R}) : (x + 1 = 21)$, que es una proposición falsa.

$(\forall x) (x \in \mathbb{R}) : (x^2 \geq 0)$, que es una proposición verdadera.

El **cuantificador existencial** se indica con el símbolo: $\exists$, que se lee: “existe”.

Ejemplos:

$(\exists x) (x \in \mathbb{R}) : (x + 1 = 7)$, que es una proposición verdadera.

$(\exists x) (x \in \mathbb{R}) : (x^2 + 1 \leq 0)$, que es una proposición falsa.



ACTIVIDADES

Ejercicio 11

Transforme las siguientes oraciones en proposiciones verdaderas utilizando cuantificadores.

a) $2x - 4 = 30$

b) $x - 3 \leq 10$

c) $(x - 4)^2 = x^2 - 8x + 16$

d) $2x - 5 > 3x$

- **Negación de esquemas proposicionales**

Negar un esquema proposicional equivale a negar el cuantificador y la función proposicional respectiva. Negar un cuantificador universal equivale a obtener un cuantificador existencial y viceversa.

Ejemplos:

Negar las siguientes proposiciones cuantificadas:

a) $(\exists x) (x \in \mathbb{R}) : (x - 4 \leq 3)$

La negación es: $(\forall x) (x \in \mathbb{R}) : (x - 4 > 3)$

b) $(\forall x) (x \in \mathbb{R}) : (x-4)(x+4) = x^2 - 16$

La negación es: $(\exists x) (x \in \mathbb{R}) : (x-4)(x+4) \neq x^2 - 16$



ACTIVIDADES

Ejercicio 12

Niegue las siguientes proposiciones cuantificadas:

a) $(\exists x) (x \in \mathbb{R}) : (x-3)(x+3) \neq x^2 - 9$

b) $(\forall x) (x \in \mathbb{R}) : (x - 5 > 8)$

c) $(\exists x) (x \in \mathbb{R}) : (x+5)(x+5) = x^2 - 25$

d) $(\exists x) (x \in \mathbb{R}) : (2x + 7 < 0)$

e) $(\forall x) (x \in \mathbb{R}) : (6x - 3 \leq 8)$

f) $(\forall x) (x \in \mathbb{R}) : (x - 9 \geq 10)$

➤ SEGUNDO ENCUENTRO

En este encuentro abordaremos nociones referidas al lenguaje conjuntista, definiciones, relaciones y operaciones definidas entre conjuntos.



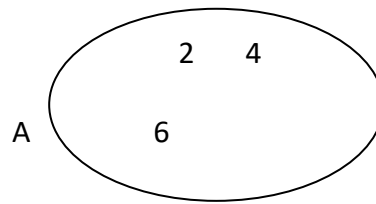
CONTENIDOS A TRABAJAR

Conjuntos y elementos. Diferentes representaciones. Pertenencia e inclusión. Igualdad entre conjuntos. Conjunto vacío. Partes de un conjunto. Propiedades. Conjunto unión y sus propiedades. Conjunto intersección y sus propiedades. Conjunto diferencia. Conjunto complemento y sus propiedades.

LENGUAJE CONJUNTISTA

- **Conjuntos y elementos**

Concebimos a un **conjunto** como una colección de objetos. Por ejemplo, el conjunto denominado A, dado por su diagrama de Euler-Venn, cuyos **elementos** son los números 2, 4, y 6.



La relación que vincula a un elemento con un conjunto es la **pertenencia**, decimos que el elemento 2 pertenece al conjunto A y lo anotamos:

$$2 \in A$$

En cambio, el elemento 7 no pertenece al conjunto, se anota:

$$7 \notin A$$

Además, un conjunto se puede representar **por extensión** cuando denominamos a cada uno de los objetos que lo constituyen (el orden no interesa), ó **por comprensión** en donde se establece una propiedad característica de los elementos del conjunto.

Ejemplos:

$$A = \{x: x \in \mathbb{N}, -2 \leq x < 4\}$$

El conjunto A está definido por comprensión.

$$B = \{8, 9, 10, 11, 12\}$$

El conjunto B está definido por extensión.



ACTIVIDADES

Ejercicio 13

Escribe por extensión los siguientes conjuntos:

a) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 4 \leq x < 7\}$

b) $B = \{x: x \in \mathbb{Z}, x - 11 = -9\}$

c) $C = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 25 = 0\}$

d) $D = \{x: x \in \mathbb{N}, x^2 - 25 = 0\}$

Ejercicio 14

Escribe por comprensión los siguientes conjuntos:

a) $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$

b) $B = \{-3, -4, -5, -6\}$

c) $C = \{5, 10, 15, 20, 25, 30\}$

Se denomina **cardinal** de un conjunto al número o cantidad de elementos que pertenecen a dicho conjunto. Por ejemplo, si $A = \{a, b, c, d, e\}$, el cardinal de A es 5, se anota:

$$|A| = \# A = 5$$

Si un conjunto tiene cardinal igual a uno, se llama **conjunto unitario** o **singulete**.



Ejercicio 15

Sea el conjunto $H = \{x: x \in \mathbb{N}, 2 \leq x \leq 50, x \text{ es múltiplo de } 5 \text{ pero no es múltiplo de } 2\}$.
Determine el número de elementos del conjunto H, es decir el cardinal de H.

- **Conjuntos iguales**

Dos conjuntos A y B son iguales cuando todo elemento de A pertenece a B y recíprocamente, todo elemento de B pertenece a A.

$$A = B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Leftrightarrow x \in B)$$

- **Conjunto vacío**

El conjunto vacío es aquel que carece de elementos y se simboliza $\{ \}$ o así $\emptyset$.



Ejercicio 16

Determine en cada caso, si los conjuntos A y B son iguales:

a) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, x^2 - 9 = 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 9 = 0\}$

b) $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 + 36 = 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 + 8 = 5\}$

c) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 0 \leq x \leq 12, x \text{ es múltiplo de } 2 \text{ pero no es múltiplo de } 3\}$ y
 $B = \{x: x \in \mathbb{N}, x \text{ es divisor de } 3\}$

- **Inclusión**

Un conjunto A esta incluido en B, cuando todos los elementos de A pertenecen a B.

$$A \subset B \Leftrightarrow (\forall x)(x \in A \Rightarrow x \in B)$$

Se dice que:

A esta incluido en B

A es parte de B

A es subconjunto de B

Propiedades de la inclusión:

Siendo A, B y C conjuntos cualesquiera, valen las siguientes propiedades:

$$\begin{aligned}\emptyset &\subset A \\ A &\subset A \\ (A \subset B \wedge B \subset C) &\Rightarrow (A \subset C) \\ (A \subset B \wedge B \subset A) &\Leftrightarrow (A = B)\end{aligned}$$



ACTIVIDADES

Ejercicio 17

Marque con una cruz la respuesta correcta:

- Siendo $A = \{m, p, o, t, q, r\}$, se puede afirmar que:
 - a) $\{q, o, p\} \subset A$
 - b) $t \subset A$
 - c) $\{o, r\} \not\subset A$
 - d) $\{t, m, a\} \subset A$
- El conjunto $A = \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ escrito por comprensión es igual a:
 - a) $A = \{x: x \in \mathbb{R}, 2 \leq x \leq 10\}$
 - b) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 10\}$
 - c) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, 2 \leq x < 10\}$
 - d) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, 2 \leq x \leq 10\}$
- A y B son conjuntos cualesquiera. Todos los elementos de A pertenecen al conjunto B, entonces:
 - a) A incluye a B
 - b) B es un subconjunto de A
 - c) A y B son conjuntos iguales
 - d) A es un subconjunto de B
- Sean $A = \{x: x \in \mathbb{N}, x^2 - 9 = 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{Z}, x^2 - 9 = 0\}$, entonces:
 - a) $A = B$
 - b) $A \subset B$
 - c) $B \subset A$
 - d) $A = B = \emptyset$

- Sean $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x^2 + 16 = 0\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 + 25 = 0\}$, entonces:

- a) $A = B$
- b) $A \subset B$
- c) $B \subset A$
- d) $A = B = \emptyset$

- El conjunto $A = \{4,5,6,7,8\}$ escrito por comprensión es:

- a) $A = \{x: x \in \mathbb{R}, 4 \leq x \leq 8\}$
- b) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 4 \leq x < 9\}$
- c) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, 4 \leq x < 8\}$
- d) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, 4 \leq x \leq 9\}$

- Partes de un conjunto**

Dado un conjunto A , se llama conjunto partes de A y se anota $\mathcal{P}(A)$, al conjunto formado por todos los subconjuntos o partes de A .

$$\mathcal{P}(A) = \{X : X \subset A\}$$

Ejemplos:

Si $A = \{a\}$ entonces $\mathcal{P}(A) = \{\{a\}, \{\}\}$,

Para $B = \{1, 2, 3\}$, es $\mathcal{P}(B) = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1,2\}, \{1,3\}, \{2,3\}, \{1,2,3\}, \{\}\}$

Si A es un conjunto finito de n elementos, entonces $\mathcal{P}(A)$ tiene 2^n elementos.



Ejercicio 18

Determine si el número de elementos del conjunto $\mathcal{P}(A)$ es menor, mayor o igual al de $\mathcal{P}(B)$, siendo $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{Z}, x + 10 = 18\}$.

Ejercicio 19

Si $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 49 = 0\}$ y $B = \{2, 4, 6, 7\}$, coloque V o F según corresponda:

- a) $\{-7, 7\} \in \mathcal{P}(A)$

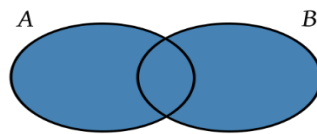
- b) $\mathcal{P}(A) = \{\{7\}, \{-7\}, \{\}, A\}$
- c) $\mathcal{P}(B)$ tiene 16 elementos
- d) $\{\} \subset \mathcal{P}(B)$
- e) $\{2, 4, 6, 7\} \in \mathcal{P}(B)$
- f) $\{\{7\}\} \subset \mathcal{P}(A)$

- **Conjunto unión**

Dados dos conjuntos A y B, se llama conjunto unión, al conjunto que tiene por elementos a los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B. Representado por comprensión es:

$$A \cup B = \{x: x \in A \vee x \in B\}$$

Su representación en diagramas de Euler – Venn es la siguiente (el conjunto unión está pintado de color azul):



Propiedades

$$A \cup A = A$$

$$A \cup \{\} = A$$

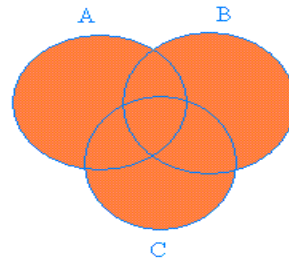
$$A \cup B = B \cup A$$

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

Dados tres conjuntos A, B y C, se llama conjunto unión al conjunto que tiene por elementos a los elementos que pertenecen al conjunto A o al conjunto B, o al C. Escrito por comprensión es:

$$A \cup B \cup C = \{x: x \in A \vee x \in B \vee x \in C\}$$

Su representación en diagramas de Euler – Venn es la siguiente (el conjunto unión está pintado de color naranja):



ACTIVIDADES

Ejercicio 20

Siendo $G = \{1, 2, 3, 4\}$ y $H = \{2, 3, 4, 5\}$, encuentre el conjunto $G \cup H$ por extensión y por diagrama de Euler-Venn.

Ejercicio 21

Sean los conjuntos $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, |x| < 2\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x \leq 3\}$, determine por comprensión el conjunto $A \cup B$.

Ejercicio 22

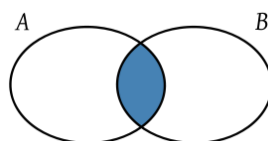
Sean los conjuntos $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x \text{ es divisor de } 2\}$, $B = \{x: x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq 2\}$ y $C = \{x: x \in \mathbb{Z}, |x - 3| < 2\}$, determine por extensión el conjunto $A \cup B \cup C$.

- **Conjunto intersección**

Dados dos conjuntos A y B, se llama conjunto intersección al conjunto formado por los elementos que pertenecen al conjunto A y a al conjunto B. Representado por comprensión es:

$$A \cap B = \{x: x \in A \wedge x \in B\}$$

Su representación en diagramas de Euler – Venn es la siguiente (el conjunto intersección está pintado de color azul):



Propiedades

$$A \cap A = A$$

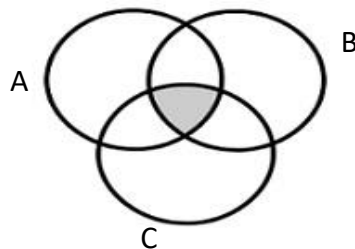
$$A \cap \{ \} = \{ \}$$

$$A \cap B = B \cap A$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Dados tres conjuntos A, B y C, se llama conjunto intersección al conjunto que tiene por elementos a los elementos que pertenecen al conjunto A y a B, y a C.

Su representación en diagramas de Euler – Venn es la siguiente (el conjunto intersección está pintado de color azul):



Siendo A, B y C conjuntos cualesquiera, se cumplen las siguientes propiedades relativas a la unión e intersección:

$$A \cup (A \cap B) = A$$

$$A \cap (A \cup B) = A$$

$$(A \cap B) \cup C = (A \cup C) \cap (B \cup C)$$

$$(A \cup B) \cap C = (A \cap C) \cup (B \cap C)$$



ACTIVIDADES

Ejercicio 23

Para cada ítem determine el conjunto unión e intersección de los siguientes conjuntos:

a) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$

b) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 4 \leq x \leq 7\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{N}, 5 \leq x \leq 8\}$

c) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x + 6 = 9\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 9 = 0\}$

d) $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 + 27 = 0\}$ y $B = \{2, 3, 4\}$

Ejercicio 24

Sean los conjuntos $M = \{a, b, c, d\}$, $P = \{a, b\}$ y $T = \{b, c\}$, represente con un diagrama de Euler- Venn, el conjunto $(M \cup P \cup T)$ y $(M \cap P \cap T)$.

Ejercicio 25

Determine el conjunto C, si se sabe que $(A \cup B \cup C) = \{x: x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 10\}$, $A \cap B = \{2, 3, 8\}$, $A \cap C = \{2, 7\}$, $B \cap C = \{2, 5, 6\}$ y que $A \cup B = \{x: x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 8\}$.

Ejercicio 26

Si $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 25 = 0\}$ y $B = \{2, 4, 5\}$, coloque V o F según corresponda:

- a) $\{-5, 5\} \in A$
- b) $A \cup B = \{5, 4, 2, -5\}$
- c) $A \cap B$ tiene 3 elementos
- d) $\{\} \subset (A \cap B)$
- e) $\{2, 4\} \in (A \cap B)$
- f) $\{5\} \subset (A \cup B)$

Ejercicio 27

Siendo $A = \{\{1\}, \{2\}, \{3\}\}$, la proposición verdadera es:

- a) $\{1\} \notin A$
- b) $\{1\} \subset A$
- c) $(\{2\} \cap \{1\}) \not\subset A$
- d) $(\{1\} \cap \{2\}) \subset A$

Ejercicio 28

Siendo $E = \{a, b, c, d, e\}$, $A = \{a, b\}$ y $B = \{c, d, e\}$, determine el valor de verdad para las proposiciones compuestas:

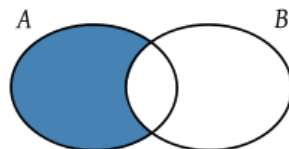
- a) $[(\{a, b\} \subset E) \Rightarrow (B \subset \{\})] \vee (d \subset B)$
- b) $((A \cup B) \cap E = E) \Leftrightarrow (A \cap B \neq \{\})$
- c) $(E = \{a, b, c\} \cup A) \wedge (B \cap E \neq \{\}) \Rightarrow (A = \{a, b, c, d\} \cap E)$

• Conjunto diferencia

Se llama conjunto diferencia de A y B, al conjunto anotado $A - B$ cuyos elementos pertenecen a A y no a B. Representado por comprensión es:

$$A - B = \{x : x \in A \wedge x \notin B\}$$

Su representación gráfica en diagramas de Euler- Venn es la siguiente:

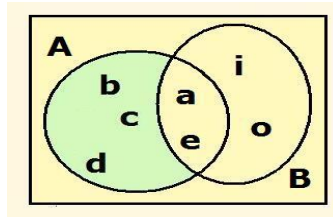


Propiedades

- $(A - B) \cap B = \{\}$
- $A - A = \{\}$
- $A - \{\} = A$
- $\{\} - \{\} = \{\}$

Así, por ejemplo, si $A = \{a, b, c, d, e\}$ y $B = \{a, e, i, o\}$, entonces la diferencia de dichos conjuntos estará formada por todos los elementos que pertenecen solamente al conjunto A, y no a B, esto es:

$$A - B = \{b, c, d\}$$



Si ahora, se busca el conjunto $B - A = \{i, o\}$.

Luego se observa que, en general: $A - B \neq B - A$, es decir, la diferencia entre conjuntos no cumple con la propiedad conmutativa.



ACTIVIDADES

Ejercicio 29

Para cada ítem determine por extensión el conjunto $(A - B)$ y $(B - A)$ de los siguientes conjuntos:

- a) $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$
- b) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 5 \leq x \leq 8\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{N}, 4 \leq x \leq 9\}$
- c) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x - 15 = -10\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 25 = 0\}$
- d) $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 + 4 = 0\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$

Ejercicio 30

Sean los conjunto $A = \{x: x \in \mathbb{N}, x \text{ es múltiplo de } 6 \text{ y menor que } 18\}$ y

$B = \{x: x \in \mathbb{N}, x \text{ es divisor de } 6\}$. Determine por extensión:

- a) $(A \cap B) - B$
- b) $A - (A \cup B)$
- c) $A - (B \cap A)$
- d) $(B - A) \cup A$

- **Conjunto complemento**

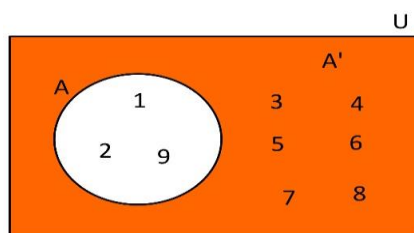
Sea **E** un conjunto al cual denominaremos **universal** o **referencial**, se tienen todos los subconjuntos o partes de E que anotaremos como A, B, C , ... ,{ }. Dados los conjuntos A y el referencial E, se llama **complemento del conjunto A**, al conjunto formado por todos los elementos que pertenecen al conjunto E y que no pertenecen a A. Representado por comprensión es:

$$A' = C_E A = E - A = \{x: x \in E \wedge x \notin A\}$$

Al conjunto referencial se lo puede llamar E o también U de universal.

Ejemplo:

Si $U = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ y $A = \{1, 2, 9\}$, entonces el conjunto complemento de A que se anota A' , es $A' = \{3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.



ACTIVIDADES

Ejercicio 31

Sean los conjuntos $E = \{a, b, c, d, e, f\}$, $A = \{a, b\}$ y $B = \{d, e, f\}$, determina con un diagrama de Euler – Venn, el conjunto complemento de A y el complemento de B.

Ejercicio 32

Siendo $E = \{x: x \in \mathbb{N}, 1 \leq x \leq 10\}$, determina en cada caso el conjunto complemento de A:

- a) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 8\}$
- b) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 5\}$
- c) $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 + 9 = 0\}$
- d) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, x^2 - 4 = 0\}$

Ejercicio 33

Si $E = \{x: x \in \mathbb{N}, -3 \leq x < 6\}$, $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 25 = 0\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$, coloca V o F según corresponda:

- a) $\{-5, 5\} \subset A$

- b) $(A - B) = \{ 5 \}$
- c) $(B - A)$ tiene 2 elementos
- d) $\{ \} \subset (A - B)$
- e) $\{ 2, 4 \} \in A'$
- f) $\{ 4, 5, 6 \} \subset B'$

Ejercicio 34

Siendo $E = \{a, b, c, d, e, f, g\}$, $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{c, d, e, f, g\}$, determina por extensión:

- a) $E - A$
- b) $(B' \cup A)$
- c) $(A \cap B)'$
- d) $A' \cap (B' \cap A)$

- **Propiedades**

Involución: el complemento del complemento de un conjunto es igual al conjunto dado.

$$(A')' = A$$

Idempotencia

Cualquiera sea el conjunto A, se cumple que:

$$(A \cup A) = A$$

$$(A \cap A) = A$$

Conmutativa

Cualesquiera sean los conjuntos A y B se verifica:

$$(A \cup B) = (B \cup A)$$

$$(A \cap B) = (B \cap A)$$

Identidad

Cualquiera sea el conjunto A y el referencial E, se cumple que:

$$(A \cup \emptyset) = A \quad (A \cap \emptyset) = \emptyset$$

$$(A \cup E) = E \quad (A \cap E) = A$$

Asociativa

Cualesquiera sean los conjuntos A, B y C se verifica:

$$(A \cup B) \cup C = A \cup (B \cup C)$$

$$(A \cap B) \cap C = A \cap (B \cap C)$$

Complemento

Cualquiera sea el conjunto A y el referencial E, se cumple que:

$$(A \cup A') = E$$

$$(A \cap A') = \emptyset$$

Distributiva

Cualesquiera sean los conjuntos A, B y C se verifica:

$$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$$

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

Leyes de De Morgan

Cualesquiera sean los conjuntos A y B se verifica:

$$(A \cup B)' = (A' \cap B')$$

$$(A \cap B)' = (A' \cup B')$$



ACTIVIDADES

Ejercicio 29

Aplica las leyes del lenguaje de conjuntos para simplificar:

a) $B \cup (B' \cap A)$

c) $(A \cap B') \cup (A \cap B)$

b) $B \cap (B' \cup A)$

d) $(A \cap B) \cup (A \cap B') \cup (A' \cap B')$

Seguimos trabajando con los siguientes contenidos:



CONTENIDOS A TRABAJAR

Par ordenado. Conjunto producto cartesiano. Representaciones. Conjunto producto cartesiano generalizado. Relaciones n-arias. Relaciones binarias. Relaciones binarias internas. Funciones. Esquemas funcionales. Representaciones funcionales.

- **Par ordenado**

Un símbolo como (a, b) denota un par ordenado donde a es la primer componente y b la segunda componente.

Dos pares ordenados (a, b) y (c, d) se dicen iguales si y solo si las primeras componentes de cada par son iguales y las segundas componentes de cada par también son iguales:

$$(a, b) = (c, d) \Leftrightarrow (a = c \wedge b = d)$$

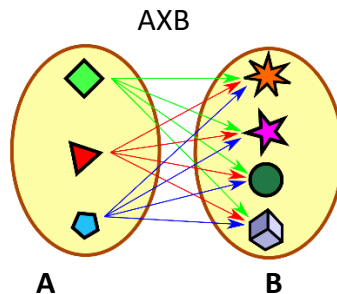
- **Conjunto producto cartesiano**

Siendo A y B conjuntos cualesquiera, llamamos conjunto producto cartesiano de A por B al conjunto anotado $A \times B$, cuyos elementos son pares ordenados (x, y) , donde el primer elemento pertenece al conjunto A y el segundo pertenece a B.
Escrito por comprensión, el conjunto producto cartesiano es igual a:

$$A \times B = \{(x, y): x \in A \wedge y \in B\}$$

Ejemplo:

El conjunto $A \times B$ está dado por su **diagrama de flechas** o sagital:



Ejemplo:

Sean los conjuntos $A = \{3, 4\}$ y $B = \{5, 6, 7\}$.

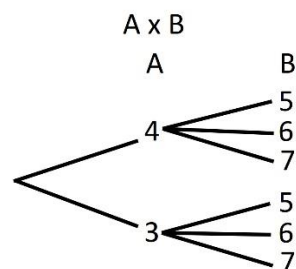
El conjunto producto cartesiano $A \times B$, escrito **por extensión** es igual a:

$$A \times B = \{(3, 5), (3, 6), (3, 7), (4, 5), (4, 6), (4, 7)\}$$

$$B \times A = \{(5, 3), (5, 4), (6, 3), (6, 4), (7, 3), (7, 4)\}$$

Luego, se observa que: $A \times B \neq B \times A$

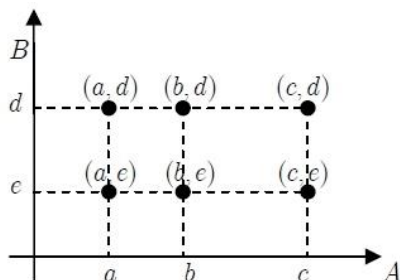
También puede representarse utilizando un **diagrama de árbol**:



Ejemplo:

Sean los conjuntos $A = \{a, b, c\}$ y $B = \{d, e\}$.

El conjunto producto cartesiano $A \times B$, se puede representar en un **diagrama cartesiano** de la siguiente forma:



Por convención los elementos del primer conjunto se colocan en el eje horizontal y los elementos del segundo conjunto en el eje vertical. Cada punto representa un par ordenado, por ejemplo (a, c) .

Nota: Recuerda que un diagrama cartesiano no posee ni medida ni orden, es por eso que se utiliza para conjuntos cualesquiera. En cambio, los ejes cartesianos solo se utilizan para conjuntos numéricos.

Ejemplo: El producto cartesiano, en este caso está representado por una **tabla de doble entrada**.

Un conjunto producto puede representarse a través de una
Tabla de Doble Entrada

Si $A = \{1, 2, 3\}$ y $B = \{5, 6, 7\}$

A \ B	5	6	7
1	(1,5)	(1,6)	(1,7)
2	(2,5)	(2,6)	(2,7)
3	(3,5)	(3,6)	(3,7)

$A \times B = \{(1,5) (1,6) (1,7) (2,5) (2,6) (2,7) (3,5) (3,6) (3,7)\}$

• Propiedades

Si $A \neq B$ entonces $A \times B \neq B \times A$

Si A y B son conjuntos finitos con m y n elementos respectivamente, entonces $A \times B$ es un conjunto finito de $(m \cdot n)$ elementos.

$$A \times \{\} = \{\}$$

$$\{\} \times A = \{\}$$

$$\{\} \times \{\} = \{\}$$



ACTIVIDADES

Ejercicio 30

Para cada ítem determina por extensión el conjunto $(A \times B)$ y $(B \times A)$ de los siguientes conjuntos:

- a) $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{3, 4\}$
- b) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 6 \leq x \leq 8\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{N}, 8 \leq x \leq 9\}$
- c) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, x - 15 = -19\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 36 = 0\}$
- d) $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 + 8 = 0\}$ y $B = \{1, 2, 3, 4\}$

Ejercicio 31

Sean los conjuntos $A = \{x: x \in \mathbb{N}, x \text{ es múltiplo de } 3 \text{ y menor que } 9\}$ y $B = \{x: x \in \mathbb{N}, x \text{ es divisor de } 3\}$. Determina por diagrama de flechas:

- a) $A \times B$ c) $B \times A$
- b) $A \times A$ d) $B \times B$

Ejercicio 32

Sean los conjuntos $A = \{a, b\}$ y $B = \{d, e, f\}$, determina:

- a) con un diagrama cartesiano el producto de A por B.
- b) con una tabla de doble entrada el producto de B por A.
- c) con un diagrama arbolar $A \times A$.

Ejercicio 33

Determina en cada caso el conjunto $A \times A$, utilizando ejes cartesianos:

- a) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 1 < x \leq 7\} = \{2, 3, 4, 5, 6, 7\}$
- b) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 2\}$
- c) $A = \{x: x \in \mathbb{N}, 5 \leq x \leq 8\}$
- d) $A = \{x: x \in \mathbb{Z}, -3 \leq x \leq 3\}$

Ejercicio 34

Si $A = \{x: x \in \mathbb{R}, x^2 - 25 = 0\} = \{5, -5\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$, coloca V o F según corresponda:

- a) $\{(-5, 5)\} \subset A \times A$
- b) $(A \times B) = \{(5, 3)\}$
- c) $(B \times A)$ tiene 6 elementos
- d) $\{\} \subset (A \times B)$

$$e)(3, 4) \in B \times A$$

$$f)\{ (4, 5), (3,5) \} \subset A \times B$$

- **Conjunto producto cartesiano generalizado**

Dados los conjuntos A, B y C se puede definir el conjunto producto cartesiano de la siguiente manera:

$$A \times B \times C = \{ (x, y, z) / x \in A, y \in B, z \in C \}$$

En este caso, cada elemento del producto cartesiano es una **terna ordena** o una **3-upla**, de la forma: (x, y, z) .

De similar forma, se extiende para “n” conjuntos. Sean los conjuntos $A_1, A_2, \dots, A_n$, se define el producto cartesiano generalizado:

$$A_1 \times A_2 \times \dots \times A_n = \{ (x_1, x_2, \dots, x_n) / x_1 \in A_1, x_2 \in A_2, \dots, x_n \in A_n \}$$

En este caso, cada elemento del producto cartesiano es una **n-upla**, de la forma: $(x_1, x_2, \dots, x_n)$.

- **Relaciones n-arias**

Se llama **relación n-aria** entre los conjuntos $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$ dados en ese orden, a todo subconjunto del producto cartesiano generalizado $A_1 \times A_2 \times A_3 \times \dots \times A_n$.

- **Relaciones binarias**

Dado el producto cartesiano $A \times B$, cualquier subconjunto **R** de $A \times B$ es una relación de A en B. Es decir, **una relación R de A en B es una parte de $(A \times B)$** .

$$R \subset (A \times B)$$

La expresión **$x R y$** , se lee **x** tiene la relación R con **y**, equivale a la expresión $(x, y) \in R$ luego:

$$x R y \Leftrightarrow (x, y) \in R$$

El conjunto **A** se denomina conjunto de partida, y el conjunto **B** conjunto de llegada.

Existen distintas formas de representar una relación algunas de ellas son:

Por comprensión. Por extensión. Diagrama de flechas. Grafo dirigido. Diagrama arbolar. Diagrama cartesiano. Matriz de Boole. Tabla de simple o doble entrada.



ACTIVIDADES

Ejercicio 35

Siendo los conjuntos $A = \{x: x \in \mathbb{N} \wedge 1 \leq x \leq 5\}$ y $B = \{3, 4, 5\}$. Se define R de A en B , dada por: $R = \{(x, y) : (x, y) \in A \times B, x + y \leq 5\}$

- a) Define R por extensión.
- b) Representa R en un diagrama cartesiano.

Ejercicio 36

Representa por extensión, en cada caso, la relación R definida de $A = \{0, 1, 2, 3, 4\}$ en $B = \{0, 1, 2, 3\}$, donde:

- a) $(a, b) \in R \Leftrightarrow a = b$
- b) $(a, b) \in R \Leftrightarrow a + b \leq 1$
- c) $(a, b) \in R \Leftrightarrow b = 2$

Sea R una relación de A en B , se llama **conjunto dominio** al conjunto de los elementos de A que están relacionados por R con algún elemento de B :

$$D(R) = \{x : x \in A \wedge (x, y) \in R\}$$

$$D(R) \subset A$$

Sea R una relación de A en B , se llama **conjunto imagen** de R al conjunto de los elementos de B tales que algún elemento de A está relacionado por R con él:

$$Im(R) = \{y : y \in B \wedge (x, y) \in R\}$$

$$Im(R) \subset B$$



ACTIVIDADES

Ejercicio 37

Determine el conjunto dominio y el conjunto imagen de las siguientes relaciones:

- a) $R_1 = \{(1, 1); (1, 3); (2, 4)\}$
- b) $R_2 = \{(-2, 4); (-1, 1); (3, -7); (2, 1)\}$

- **Relación binaria interna**

En el caso en que el conjunto A sea igual a B, todo subconjunto de $A \times A$ es una relación binaria interna en A.



Ejercicio 36

Sea el conjunto $A = \{1, 2, 3, 4, 6\}$:

- Mediante un diagrama de flechas, representa la relación binaria interna en A, tal que: $x R_1 y \Leftrightarrow x$ es múltiplo de y .
- Confecciona un grafo dirigido para la relación R_2 dada en A, tal que: $x R_2 y \Leftrightarrow x < y$.
- Define por extensión la relación R_3 , dada en A, por: $x R_3 y \Leftrightarrow y = x + 1$.

- **Funciones**

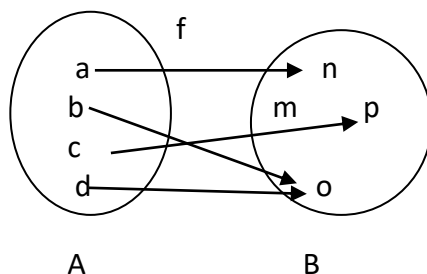
Dados dos conjuntos A y B, se denomina **función** a toda relación de A en B, tal que a todo elemento de A le asigna como correspondiente un elemento de B y sólo uno.

Se define también a una función “f”, como toda relación definida de A en B que cumple con las condiciones de existencia y unicidad:

- **Existencia:** $(\forall x) : (x \in A) (\exists y) (y \in B) : (x, y) \in f$
- **Unicidad:** $(x, y_1) \in f \wedge (x, y_2) \in f \Rightarrow y_1 = y_2$

Ejemplo:

Sean los conjuntos $A = \{a, b, c, d\}$ y $B = \{m, n, o, p\}$ y la función “f” definida de A en B, dada por su diagrama de flechas:



De la definición anterior resulta que el **conjunto dominio** de una función f de A en B, coincide con el conjunto de partida. $D(f) = A$

El conjunto B de llegada, se llama también **codominio de la función**. Es decir: $\text{Cd}(f) = B$.

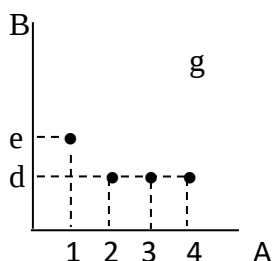
Y el conjunto imagen de la función, puede o no, coincidir con el codominio.

$$\text{Im}(f) \subset A$$

En este ejemplo es:

$$\begin{aligned} D(f) &= \{a, b, c, d\} = A \\ \text{Cd}(f) &= \{m, n, o, p\} = B \\ \text{Im}(f) &= \{n, o, p\} \subset B \end{aligned}$$

Ejemplo: Sean los conjuntos $A = \{1, 2, 3, 4\}$ y $B = \{m, n, o\}$ y la función “g” definida de A en B, dada por su diagrama cartesiano:



En este ejemplo es:

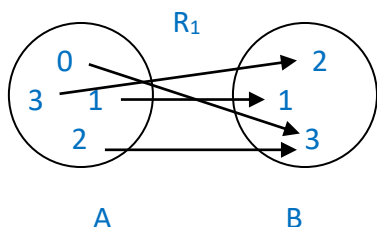
$$\begin{aligned} D(f) &= \{1, 2, 3, 4\} = A \\ \text{Cd}(f) &= \{d, e\} = B \\ \text{Im}(f) &= \{d, e\} = B \end{aligned}$$



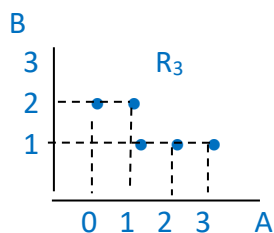
ACTIVIDADES

Ejercicio 37

Sean los conjuntos $A = \{0, 1, 2, 3\}$ y $B = \{1, 2, 3\}$ y las siguientes relaciones definidas de A en B:



$$R_2 = \{(x, y) : (x, y) \in A \times B, x = y\}$$



$$R_4 = \{(0,1), (1,1), (2,3), (3,1)\}$$

- Determina cuáles de las relaciones dadas es una función de A en B.
- Indica en cada función el conjunto dominio y el conjunto imagen.

- Esquemas funcionales**

Lo mismo que en el caso de las relaciones, hay que explicitar siempre el conjunto de partida (o dominio) y el conjunto de llegada o codominio.
Por lo tanto, es imprescindible dar las funciones por medio de sus esquemas funcionales.

$$\begin{array}{l} f : A \rightarrow B \\ x \mapsto f(x) \end{array}$$

ó

$$\begin{array}{l} f : A \rightarrow B \\ f(x) = y \end{array}$$



ACTIVIDADES

Ejercicio 38

Representa cada una de las siguientes funciones numéricas en un sistema de coordenadas cartesianas:

a) $f_1: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ dada por $f_1(x) = 2x + 3$

b) $f_2: \mathbb{R}^- \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f_2(x) = 3$

c) $f_3: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f_3(x) = x^3 - 2$

d) $f_4: \mathbb{Z} \rightarrow \mathbb{Z}$ dada por $f_4(x) = x^2 - 1$

e) $f_5: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f_5(x) = 2x + 3$

f) $f_6: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f_6(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ -1, & x < 0 \\ 0, & x = 0 \end{cases}$

g) $f_7: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ dada por $f_7(x) = \begin{cases} 2, & x > 0 \\ -2, & x \leq 0 \end{cases}$

