

Cálculo numérico 2019

Trabajo Integrador N°1

1.1. Instrucciones

Resuelvan algunos de los siguientes ejercicios a su elección. La nota se determina a partir de la cantidad y calidad de las soluciones presentadas.

1.1.1. calificación

Si resuelven *bien*...

- ningún ejercicio de la sección 1.2 o la sección 1.3 la nota es “desaprobado”
- 1 ejercicio de la sección 1.2 y 1 ejercicio de la sección 1.3, la nota máxima es 6.
- 2 ejercicios de la sección 1.2 y 2 ejercicios de la sección 1.3, la nota máxima es 8.
- 3 ejercicios de la sección 1.2 y 3 ejercicios de la sección 1.3, la nota máxima es 10.

Se considera *bien* cuando:

- el código escrito realiza solamente las consignas indicadas y nada más (por ejemplo, no presenta en la pantalla todos los cálculos que realiza).
- el programa se ejecuta en forma autónoma, por ejemplo “programa1()”
- el código posee comentarios y un párrafo inicial de instrucciones que indica qué hace el programa, cuales son las entradas, cuales son las salidas y como se ejecuta.
- los nombres de las funciones y variables son intuitivos.

1.1.2. formato y envío

La entrega es mediante un documento de texto en formato **pdf** con el siguiente contenido:

- enunciado de cada ejercicio,
- código realizado,
- y captura de pantalla de la ejecución del programa en la ventana de comandos.

Los resultados deben ser enviados al formulario correspondiente en el aula virtual.

1.2. Sistemas de ecuaciones lineales

1.2.1. Ejercicio de equilibrio estático

Para cierto sistema masa resorte se deben satisfacer las siguientes ecuaciones de equilibrio estático.

$$\begin{aligned}(k_1 + k_2 + k_3 + k_5) \cdot x_1 - k_3 \cdot x_2 - k_5 \cdot x_3 &= m_1 \cdot g \\ -k_3 \cdot x_1 + (k_3 + k_4) \cdot x_2 - k_4 \cdot x_3 &= m_2 \cdot g \\ -k_5 \cdot x_1 - k_4 \cdot x_2 + (k_4 + k_5) \cdot x_3 &= m_3 \cdot g\end{aligned}\tag{1.1}$$

siendo $k_1 = k_3 = k_4 = k$, $k_2 = k_5 = 5k$, $m_1 = m_3 = 2m$, $m_2 = m$

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- pregunte al usuario los valores de m y k
- verifique que los valores ingresados sean números positivos no nulos.
- determine los valores de los desplazamientos elásticos x_1, x_2, x_3
- presente en pantalla los resultados obtenidos y el método utilizado para obtener la solución.

1.2.2. Ejercicio de de equilibrio estático

Los desplazamientos de un cierto reticulado plano se pueden determinar mediante el conjunto de ecuaciones de equilibrio estático que se presentan a continuación.

$$\begin{aligned}27,58E6u_1 + 7,004E6u_2 - 7,0044E6u_3 &= 0 \\7,004E6u_1 + 29,57E6u_2 - 5,253E6u_3 - 24,32E6u_5 &= 0 \\-7,004E6u_1 - 5,253E6u_2 + 29,57E6u_3 &= 0 \\27,58E6u_4 - 7,004E6u_5 &= 0 \\-24,31E6u_2 - 7,004E6u_4 + 29,57E6u_5 &= -47000[N]\end{aligned}\tag{1.2}$$

donde los coeficientes numéricos que multiplican a los desplazamientos expresan rigidez en (N/m) .

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- determine los valores de los desplazamientos elásticos u_1, u_2, u_3, u_4, u_5 en $[mm]$
- presente en pantalla los resultados obtenidos y el método utilizado para obtener la solución.

1.2.3. Ejercicio de circuitos eléctricos

En un circuito “puente de Wheatstone”, las leyes de Kirchoff establecen que en cada lazo del circuito la suma de las caídas de tensión deben igualar a la suma de las fuentes de tensión. Para una configuración dada se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones.

$$\begin{aligned}(50 + R) \cdot i_1 - R \cdot i_2 - 30 \cdot i_3 &= 0 \\-R \cdot i_1 + (65 + R) \cdot i_2 - 15 \cdot i_3 &= 0 \\-30 \cdot i_1 - 15 \cdot i_2 + 45 \cdot i_3 &= 120\end{aligned}\tag{1.3}$$

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- pregunte al usuario un valor de R
- verifique que el valores ingresado sea un número positivo no nulo.
- determine los valores de las corrientes eléctricas i_1, i_2, i_3
- presente en pantalla los resultados obtenidos y el método utilizado para obtener la solución.

1.2.4. Ejercicio de mecánica de fluidos

Para un conjunto de tanques interconectados, donde se bombea una solución de agua y un químico determinado, el principio de conservación de la masa establece que, para cada tanque la suma de los caudales másicos de entrada debe ser igual a la suma de los caudales másicos de salida, es decir, $\sum \dot{m}_i^e = \sum \dot{m}_i^s$, $\dot{m}_i = q_i \cdot c_i$. Donde q_i es el caudal volumétrico y c_i es la concentración del químico. Si se expresa el principio para cada tanque se obtiene el siguiente conjunto de ecuaciones.

$$\begin{aligned}4 \cdot 20 + 4 \cdot c_2 &= 8 \cdot c_1 \\8 \cdot c_1 + 2 \cdot c_3 &= (4 + 6) \cdot c_2 \\6 \cdot c_2 + 5 \cdot c_4 &= (2 + 3 + 6) \cdot c_3 \\3 \cdot c_3 + 4 \cdot c_5 &= (2 + 5)c_4 \\2 \cdot 15 + 2 \cdot c_4 &= 4 \cdot c_5\end{aligned}\tag{1.4}$$

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- determine los valores de las concentraciones en cada tanque c_1, c_2, c_3, c_4, c_5
- presente los resultados en pantalla y el método utilizado para obtener la solución.

1.3. Ecuaciones no lineales

1.3.1. Ejercicio de estructuras

Sea un cable de longitud s extendido entre dos extremos separados a una distancia L . La longitud s y la deflexión transversal h se pueden describir mediante las siguientes ecuaciones donde λ es la relación entre la densidad lineal y la tensión en los extremos.

$$\begin{aligned}s &= \frac{2}{\lambda} \operatorname{senh} \left(\frac{\lambda L}{2} \right) \\h &= \frac{1}{\lambda} \left(\operatorname{cosh} \left(\frac{\lambda L}{2} \right) - 1 \right)\end{aligned}$$

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- utilice $L = 160m$, $h = 15m$
- determine la longitud de arco s
- presente el resultado en pantalla en formato texto, indicando el método utilizado, el error de la solución y el número de iteraciones realizadas.

1.3.2. Ejercicio de estructuras

Una columna de acero está sujeta a una carga concentrada de compresión P aplicada a una distancia e de su eje neutro en ambos extremos. La tensión máxima que se produce internamente en la columna se puede calcular mediante la siguiente ecuación.

$$\sigma_{max} = \bar{\sigma} \left[1 + \frac{e \cdot c}{r^2} \operatorname{sec} \left(\frac{L}{2r} \sqrt{\frac{\bar{\sigma}}{E}} \right) \right]\tag{1.5}$$

donde $\bar{\sigma} = \frac{P}{A}$, $A = 25800mm^2$, $e = 85mm$, $c = 170mm$, $r = 142mm$, $L = 7100mm$, $E = 71E9Pa$

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- utilice $\sigma_{max} = 120E6Pa$
- determine la carga P
- presente el resultado en pantalla en formato texto, indicando el método utilizado, el error de la solución y el número de iteraciones realizadas.

1.3.3. Ejercicio de hidráulica

En una acequia de ancho constante b con un obstáculo de altura H , en condición subcrítica, el caudal Q y el tirante h se relacionan mediante la ecuación de Bernoulli.

$$\frac{Q^2}{2gb^2h_0^2} + h_0 = \frac{Q^2}{2gb^2h^2} + h + H \quad (1.6)$$

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- utilice $Q = 1,2m^3/s$, $g = 9,81m/s^2$, $b = 1,8m$, $h_0 = 0,6m$, $H = 0,075m$
- determine el tirante sobre el obstáculo h
- presente el resultado en pantalla en formato texto, indicando el método utilizado, el error de la solución y el número de iteraciones realizadas.

1.3.4. Ejercicio de proyectiles

La velocidad vertical de despegue v de un cohete próximo a la superficie terrestre se puede aproximar mediante $v = u \cdot \ln \frac{M_0}{M_0 - \dot{m} \cdot t} - g \cdot t$.

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- utilice $u = 2510m/s$, $M_0 = 2,8E6kg$, $\dot{m} = 13,3E3kg/s$, $g = 9,81m/s^2$
- determine el tiempo de vuelo t necesario para alcanzar la velocidad del sonido $v = 335m/s$
- presente el resultado en pantalla en formato texto, indicando el método utilizado, el error de la solución y el número de iteraciones realizadas.

1.3.5. Ejercicio de termodinámica

El ciclo termodinámico de un motor se puede modelar asumiendo que el ingreso del carburante es a presión constante, la combustión es a volumen constante y la expansión es isotérmica. La eficiencia del ciclo con las hipótesis mencionadas es $\eta = \frac{\ln \frac{T_2}{T_1} - (1 - \frac{T_1}{T_2})}{\ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{(1 - \frac{T_1}{T_2})}{(\gamma - 1)}}$

Escriba un código que realice las siguientes tareas:

- utilice $\gamma = 5/3$
- determine el cociente T_2/T_1 de modo que la eficiencia sea del 30 %, es decir $\eta = 0,3$
- presente el resultado en pantalla en formato texto, indicando el método utilizado, el error de la solución y el número de iteraciones realizadas.