Trabajo Práctico 5: Técnicas de Integración

Sección 7.1

1) Evalúe cada una de las siguientes integrales:
   a) $\int xe^{2x}dx$.
   b) $\int (\ln x)^2 dx$.
   c) $\int e^{2\theta}\text{sen}3\theta\, d\theta$.
   d) $\int_0^1 te^{-t}dt$.
   e) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2}dx$.
   f) $\int \cos(\ln x)dx$.
2) Primero haga una sustitución y después la integración por partes en la evaluación de $\int \text{sen}(\sqrt{x})dx$.
3) Calcule el área de la región limitada por las siguientes funciones: $y = \text{sen}^{-1}x$; $y = 0$; $x = 0,5$.

Sección 7.2

4) Evalúe cada una de las siguientes integrales:
   a) $\int \text{sen}^3x \cos^2 x\, dx$.
   b) $\int_{\pi/2}^{3\pi/4} \text{sen}^5x \cos^3 x\, dx$.
   c) $\int_0^{\pi/2} \text{sen}^2 3x\, dx$.
   d) $\int \cos^4 t\, dt$.
   e) $\int \frac{1-\text{sen}x}{\cos x}dx$.
   f) $\int \tan^2 x\, dx$.
   g) $\int_0^{\pi/4} \tan^4 t \sec^2 t\, dt$.
   h) $\int \text{sen}5x\, \text{sen}2x\, dx$
5) Calcule el valor promedio de la función $f(x) = \text{sen}^2x \cos^3x$ en el intervalo $[-\pi, \pi]$.

Sección 7.3

6) Evalúe la integral usando la sustitución trigonométrica indicada. Dibuje y rotule el triángulo rectángulo asociado.
   a) $\int \frac{1}{x^2\sqrt{x^2-9}}dx$; $x = 3\sec\theta$.
   b) $\int \frac{x^3}{\sqrt{x^2+9}}dx$; $x = 3\tan\theta$.

Instituto de Ciencias Básicas
Universidad Nacional de Cuyo

Trabajo Práctico 5: Técnicas de Integración

7) Evalúe cada una de las siguientes integrales:

a) $\displaystyle\int_0^{2\sqrt{3}} \frac{x^3}{\sqrt{16-x^2}}\,dx$.

b) $\displaystyle\int_{\sqrt{2}}^{2} \frac{1}{t^3\sqrt{t^2-1}}\,dt$.

c) $\displaystyle\int \frac{dx}{x\sqrt{x^2+3}}$.

Sección 7.4

8) Descomponga en fracciones parciales cada una de las funciones dadas. No determine los valores numéricos de los coeficientes.

a) $\dfrac{3}{(2x+3)(x-1)}$.

b) $\dfrac{1}{x^4-x^3}$.

9) Evalúe cada una de estas integrales:

a) $\displaystyle\int \frac{x^2}{x+1}\,dx$.

b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{2x+3}{(x+1)^2}\,dx$.

c) $\displaystyle\int \frac{1}{(x+5)^2(x-1)}\,dx$.

d) $\displaystyle\int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}\,dx$.

e) $\displaystyle\int \frac{3x^2-4x+5}{(x-1)(x^2+1)}\,dx$.

10) Dada la integral $\displaystyle\int \frac{1}{x\sqrt{x+1}}\,dx$, haga una sustitución para expresar el integrando como una función racional y luego evalúe la integral.

11) Calcule el área de la región bajo la curva $y=\dfrac{x+1}{x-1}$, desde a = 2 hasta b = 3.

Sección 7.8

12) Explique por qué es impropia cada una de las integrales que se presentan a continuación:

a) $\displaystyle\int_1^{\infty} x^4 e^{-x^4}\,dx$.

b) $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \sec x\,dx$.

Instituto de Ciencias Básicas
Universidad Nacional de Cuyo

c) $\displaystyle\int_{0}^{2} \frac{x}{x^2 - 5x + 6}\,dx$.

d) $\displaystyle\int_{-\infty}^{0} \frac{1}{x^2 + 5}\,dx$

13) Calcule el área bajo la curva $y = \dfrac{1}{x^3}$, de x =1 a x = t y evalúela cuando t = 10, 100 y 1000. A continuación determine el área total bajo esta curva, para $x \geq 1$.

14) Señale si cada una de las siguientes integrales es convergente o divergente. Evalúe las convergentes.

a) $\displaystyle\int_{1}^{\infty} \frac{1}{(3x+1)^2}\,dx$.

b) $\displaystyle\int_{-\infty}^{-1} \frac{1}{\sqrt{2-w}}\,dw$.

c) $\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} x e^{-x^2}\,dx$.

d) $\displaystyle\int_{0}^{\infty} \cos x\,dx$.

e) $\displaystyle\int_{1}^{\infty} \frac{\ln x}{x^2}\,dx$.

f) $\displaystyle\int_{0}^{3} \frac{1}{\sqrt{x}}\,dx$.

g) $\displaystyle\int_{-1}^{0} \frac{1}{x^2}\,dx$.

15) Bosqueje la región $S = \{(x, y) / x \leq 1, 0 \leq y \leq e^x\}$ y calcule su área (si esta es finita).

16) Aplique el teorema de comparación para determinar si la integral $\displaystyle\int_{1}^{\infty} \frac{\cos^2 x}{1+x^2}\,dx$ es convergente o divergente.

Otros ejercicios importantes.

17) Halle el área bajo la curva de la función f dada por $f(x) = \dfrac{-3x+2}{x^2 - 3x}$, entre x =1 y x =2.

18) Calcule, si es posible $\displaystyle\int_{2}^{\infty} \frac{1}{(x+3)^2}\,dx$, e indique qué representa.

19) Calcule las siguientes primitivas

a) $\displaystyle\int x^{-1} \cos(\ln x)\,dx$

b) $\displaystyle\int \left(1 + y^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{1}{2}} dy$

Instituto de Ciencias Básicas
Universidad Nacional de Cuyo

c) $\int (\cos t)^3 \sqrt{\operatorname{sen} t}\, dt$

d) $\int \left(\operatorname{tg}\left(\frac{1}{4} x \right) \right)^5 dx$

e) $\int e^x \sqrt{1 - e^{2x}}\, dx$

20) Calcule la integral definida $\int_0^1 \frac{x}{1 + x^4} dx$, de dos maneras diferentes.

Instituto de Ciencias Básicas
Universidad Nacional de Cuyo