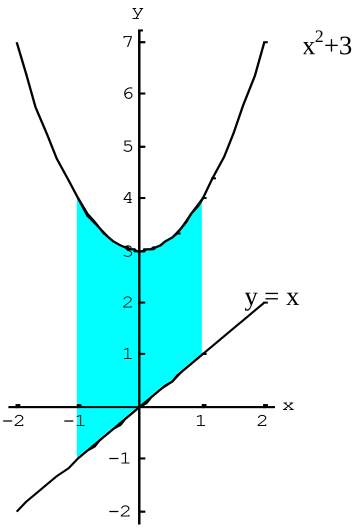
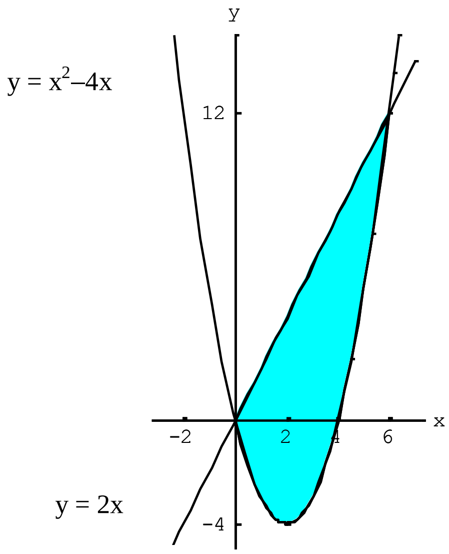
Trabajo Práctico 6: Aplicaciones de la integración

Sección 6.1

1) Encuentre el área de la región sombreada, en cada caso:





2) En cada uno de los casos que se presentan a continuación, esquematice la región encerrada por las curvas dadas. Decida si integra con respecto a x o y. Dibuje un rectángulo típico de aproximación y marque su altura y su ancho. A continuación halle el área de la región.
   a) $y = x$, $y = x^2$
   b) $y = x$, $y = \sqrt[3]{x}$
   c) $y = x+1$, $y = (x-1)^2$, $x = -1$, $x = 2$
   d) $y^2 = x$, $x - 2y = 3$

Sección 6.2

3) En cada uno de los siguientes ítems, encuentre el volumen del sólido obtenido al hacer girar la región limitada por las curvas alrededor del eje especificado. Trace un esquema de la región, del sólido y de un disco o anillo típico.
   a) $y = x^2$, $x = 1$, $y = 0$; alrededor del eje x
   b) $y = x^2$, $y^2 = x$; alrededor del eje x
   c) $y^2 = x$, $x = 2y$; alrededor del eje y
   d) $y = x$, $y = \sqrt{x}$; en torno de $y = 1$

4) Establezca, pero no evalúe, una integral para el volumen del sólido que se obtiene al girar la región limitada por las curvas indicadas alrededor del eje x.
   $y = \ln x$, $y = 1$, $x = 1$

5) Encuentre el volumen de un sólido cuya base es un disco circular de radio r y las secciones transversales paralelas, perpendiculares a la base, son cuadradas;

Sección 6.5

6) Calcule el valor medio de la función f en el intervalo dado en cada caso.

Instituto de Ciencias Básicas
Universidad Nacional de Cuyo

Trabajo Práctico 6: Aplicaciones de la integración

a) $f(x) = \frac{1}{x}$, en el intervalo [1,4].

b) $f(x) = \cos(x)$, en el intervalo $[0, \frac{\pi}{2}]$.

7) Para cada una de las siguientes funciones,
   a) calcule el valor promedio de la función en el intervalo dado;
   b) halle un valor c en el intervalo tal que f(c) sea el valor medio de la función en dicho intervalo;
   c) trace la gráfica de f y un rectángulo cuya área sea igual a la que está bajo la gráfica de f en el intervalo dado.

$f(x)= 4 - x^2$, en [0,2]; $g(x) = e^x$, en [0,2].

Otros ejercicios importantes

8) Una esfera de radio r es cortada por un plano situado h unidades sobre el ecuador ($o \leq h < r$). Halle el volumen de la porción de esfera que queda sobre el plano.
9) Un operario taladra un orificio cilíndrico de radio r a través del centro de una esfera de metal de radio R. Determine el volumen del anillo resultante.
10) Demuestre que el área de la superficie lateral de un cono circular recto de altura h cuya base es una circunferencia de radio r, es $A= \pi\, r\, (r^2 + h^2)^{1/2}$.
11) Demuestre que el área de la superficie de una esfera de radio r, es $A= 4\pi\, r^2$.
12) Para cada uno de los siguientes ítems, encuentre el volumen del sólido de revolución obtenido al girar alrededor del eje especificado, la región limitada por las curvas dadas.
    a) $y = x^2$, $y = x^3$; alrededor del eje x.
    b) $y = 3(2-x)$, $y = 0$, $x=0$; alrededor del eje y.
    c) $y = 9-x^2$, $y=0$, $x=2$, $x=3$; alrededor del eje y.

Instituto de Ciencias Básicas
Universidad Nacional de Cuyo